4°
Phys. g.
144

S. Bonifacius. x 3
4° Physic. gen. ## 1441
101

Physica. Opera varia physicam illustr. 53.

2

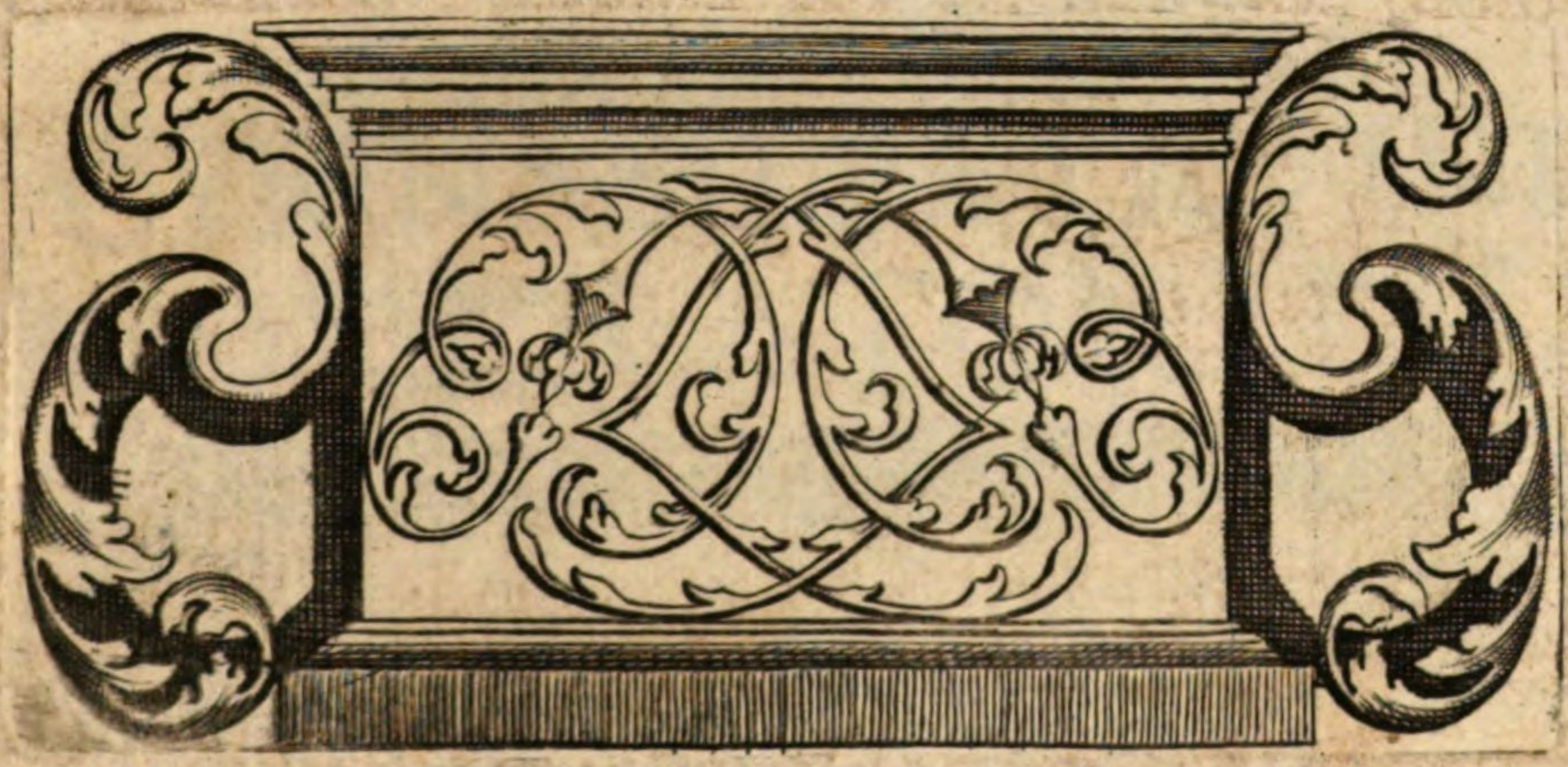
R

LUDOVICI A RIPA

Aſtronomiæ, ac Meteorologiæ in Gymnaſio Patavino Profeſſoris.

ad conv. monac. O. Erm. S. Aug.

MISCELLANEA



VENETIIS; MDCCXXV.

APUD DOMINICUM LOVISAM.

Superiorum Permiſſu.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Viris Illuſtriſſimis & Excellentiſſimis

AMPLISSIMIS SENATORIBUS

JO: FRANCISCO MAUROCENO

EQUITI,

ANDREÆ SUPERANTIO

D. MAR. PROCUR.

PETRO GRIMANO

EQU. ac D. MAR. PROCUR.

Et Reliquis Univerſis

GYMNASII PATAVINI MODERATORIBUS

OPTIMIS GRAVISSIMIS.

LUDOVICUS A RIPA

F.



Atis mirari nequeo, VIRI AMPLISSIMI, & pro dignitate laudare doctos, & ſolertes Homines illos, Recentioris Philoſophiæ parentes, qui induſtria & ope-

ra ſua vix intra unius Seculi ſpatium ad ſtudium, notitiamque Naturæ contulere immenſum quiddam, licet plerumque haud pauci adverſarentur, & obſtarent vehementer, piaculum rati, relinquere Antiquos, & aliquid non ab iis traditum, prorſuſque novum afferre. Atqui, ſi recte attendimus, Priſcorum Philoſophorum labor, & opus in eo fere fuit, ut multitudinis opiniones verborum involucris contegerent, & his, quaſi arcanis, reconditiſque principiis Scientiæ Naturalis fundamenta inædificarunt, inde veluti abſtruſa, & mirabilia venditantes, quæ dempta vocabulorum magnificentia, & obſcuritate, communia erant, ac vulgo trita. Poſtquam autem Seculo XIV. exeunte uſque ad dimidium ejus, quod proxime noſtrum anteceſſit, Diſciplinæ omnes ſeſe paululum erexere; Viri præclariſſimi diligentiam, & curam rerum philoſophicarum huc verterunt omnem, ut quæcumque ſive directè, ſive indirectè docuiſſet de iis Plato, cum Ariſtotele via, & ratione conciliarent, varietatis inſuper, & elegantiæ cauſa inſerentes derivata ex Patribus Eccleſiæ, Oratoribus, & Poetis; cum interim tamen nemo unus vi ſua, atque ingenio aliquid pertentaret, expenderet, æſtimaretque: ex quo evenit, ut multitudo Librorum res potius impedierit, quam illuſtrarit, creſcente obſcuritate, quo magis numerus augeretur ita de Naturalibus diſputantium. Duo extitere Mathematici Summi, qui viam inſoli-

tam

tam iniere primi, Galilæus, & Carteſius. Hi recedentes quam maxime potuerunt, a vulgari, & contrita philoſophandi forma, uſi ſunt meditatione profunda; adhibuere experimenta multa; regulas plures ab ipſis exacte in philoſophando ſervatas conſtituere; tandem in contemplatione Naturæ tot, tamque varia patefecere, ut Phyſica Antiqua comparata cum Neoterica pene infans videri poſſet. Hinc ſpem ingentem conceperat Carteſius Syſtematis in Phyſica cito reperiendi, ſtabiliendique: at conſilium aſſecutus non eſt. Habuere hi Viri Clariſſimi imitatores noſtra, & præterita mox ætate ſolertiſſimos; qui, ut errorem declinarent, in quem Carteſius inciderat, curarunt id unice, ut per experimenta, bene attenteque examinata, veluti materiam Syſtemati præpararent, quod poſt futuri, partes diviſas colligentes, componenteſque, fortaſse formabunt. Jam Academiæ ferme omnes Europæ conveniunt circa objecta, regulas, fines, & methodos philoſophandi: quemadmodum apparet ex Actis Academiarum Florentinæ, Pariſienſis, Londinenſis, Berolinenſis.

„ Regia Scientiarum Academia Pariſienſis (ait
„ Cl. Fontanellus, Præfatione ad Hiſtoriam Aca-
„ demiæ ejuſdem) in eo tota occupatur, ut ma-
„ gnam obſervationum ſegetem, verorumque
„ experimentorum undique congerat, quæ for-
„ taſſis aliquando eſſe poterunt Syſtematis cu-
„ juſdam fundamenta; tempore enim opus eſt,

„ ut

„ ut Physica Systematica perfici absolvique pos-
„ sit, quo nimirum Physica Experimentalis ma-
„ teriem necessariam ei suppeditare posslit . „
Ego vero, quamquam & propter tenuitatem ingenii mei; & corporis invaletudinem, diu multumque conflictantem, tribuere parum possum ad incrementa Disciplinarum; attamen connixus sum, ut juvarem in re saltem aliqua, & diligentia, ac sedulitate observandi pensarem, quidquid in me facultatis, viriumque deesset. Rem prodidi Dissertatione Prima dignam memoria Posterorum, tum quia raram, tum quia diuturnam, & circumstantiis aliis valde nobilem: quæ ad Historiam Naturæ non contemnenda, arbitror, futura Appendix est. Versanti autem in speculationibus quibusdam Mathematicis, successit porro, ut rationem ac viam invenirem mensurandæ humiditatis, & siccitatis aeris, conferemque Dissertatione Secunda aliquid ad novam Scientiam ordinatam primum a Cl. Wolfio, Aereometriam appellatam, Meteorologicæ facultati tantopere opportunam. Dissertationem addidi Tertiam Analyticam. Notum est, solam Algebram tenere methodum investigandi, inveniendique, quod optimum est in rebus omnibus, quæ referuntur ad leges magnitudinis, quod est maximum, aut minimum: ideoque ita necessariam eam esse Physicis Disciplinis, ut Clavis nuncupetur, Instrumentumque Scientiarum. Cæterum, quo perfectius sit hoc ipsum Instrumen-

tum,

tum, ac inde Scientiis utilius, difficultates magnæ duæ vincendæ ſunt, a me commemoratæ in Appendice altera Diſſertationis ejuſdem: quibus non ſuperatis, ſæpe fit ut nullus, aut ſaltem exiguus ex gravibus, longiſque meditationibus fructus percipiatur. Has difficultates ut tollerent, non pauci ſtrenue laborarunt: inter alios Præſtantiſſimus Johannes Bernoullius in Diſſertatione Actibus Eruditorum Lipſienſibus inſerta Anno MDCCXIX. docuit multa de quadraturis, eo pertinentia, ut una illarum difficultatum ſubmoveatur: itemque multa expoſuit Theoremata, quæ ad Quadraturas referuntur: ex quibus Theorematibus „ pulchra, & utilia alia deduci poſſe „ affirmat, relicta aliis demonſtrandi cura. Conſulendi cupidus utilitati communi conatus ſum illa demonſtrare, addita etiam re aliqua per me inventa. Qualiacumque hæc ſint, offero VOBIS, MAXIMI SENATORES, MODERATORESQUE: neque tam reputo, quam infra Dignitatem Veſtram habeantur, quam quantum ſit illud, quòd ob incredibilem Munificentiam in me Veſtram VOBIS debeo. Voluiſtis me adoleſcentem adhuc in Patavino Gymnaſio Veſtro, hoc eſt in Luce Literarum, verſari Profeſſorem, demandato munere, arduo quidem illo, ſed honorificentiſſimo, exponendæ Meteorologiæ, & Aſtronomiæ a qua Nautica, Geographia, Gnomonica, Chronologia, Facultates Humanæ Societati vel neceſſariæ, vel commodæ, omnino

pen-

pendent. Ut ad earum Disciplinarum studium Juventutem excitarem; Oratione, quam habui primam, aggressus sum ostendere, Pulchra quævis iis contineri : quam itidem sisto VOBIS, quorum esse oportet , quidquid Auspiciis Vestris, & Liberalitate fovente Vestra, utcumque contendimus. Pro egregia Humanitate , quæ istius Sanguinis, istius Virtutis, & Gloriæ longe, lateque vagatæ, propria , ac perpetua est, facite ut Donum hoc, leve, quantumvis, excipiatis libenter tamen, ut ab eo profectum, qui est in VOS eximio cultu, semperque erit.

DE

DE METEORO IGNITO

Quod in Agro Tarviſino ſuperioribus annis apparuit,

DISSERTATIO METEOROLOGICA

Habita in Gymnaſio Patavino

V. Id. Novembr. An. MDCCXXIV.



Um multa naturæ phœnomena diligenter obſervare, & rationem eorum attente exquirere, philoſophi eſt, tum maxime ad eum pertinet, ſedulo illa inſpicere, & examinare, quæ præterquam quod apparent raro, inuſitato etiam quarundam cauſarum concurſu procreantur. Iſtiuſmodi ignes ſunt, qui è terra enati, & huc atque illuc diſſiti, late-

que vagantes, ab annis non-nullis cernuntur aliquot Venetiæ locis, terrorem hominibus, & terris vaſtitatem inferentes, quacumque pervadunt. Ignes quoſdam non admodum his abſimiles commemorat *Cornelius Tacitus XIII. Annalium libro exeunte: Sed Civitas Juhonum ſocia nobis* (hæc inter Leodium poſita eſt, & Namurcium) *malo improviſo afflicta eſt: nam ignes terra editi villas, arva, vicos paſſim corripiebant, ferebanturque in ipſa conditæ nuper Coloniæ mœnia; neque extingui poterant, non ſi imbres caderent, non ſi pluvialibus aquis, aut quo alio humore niterentur, donec inopia remedii, & ira Cladis agreſtes quidam eminus ſaxa jacere, dein reſidentibus flammis propius ſuggreſſi ictu fuſtium, aliiſque verberibus ut feras abſterrebant. Poſtremo tegmina corpori direpta injiciunt, quanto magis profana, & uſu polluta, tanto magis opreſſura ignes.* Eodem autem fere modo agri Tarviſini incolæ, ſive natura ipſa edocti, ſive ira, & deſperatione rerum omnium acti, uſi ſunt in iis pellendis, clamore, vocibus, ululatu, ſaxorum mox, fuſtiumque ictibus, ſæpe etiam fiſtularum. Tale quid in *Epiſtola* ad *Ariſtotilem de ſitu Indiæ* ſcribit *Alexander*, ubi de Ignibus, qui tamen Cœlo lapſi, non terra editi. *Viſæque nubes aliæ de Cœlo ardentes tanquam faces decidere, ut incendio earum totus campus arderet. Verebantur dicere ne Deorum me premeret ira, quod Homo Herculis, Liberique veſtigia tranſgredi conatus eſſem. Juſſi autem milites veſtes ſuas opponere ignibus.* Species has dumtaxat duas accedentes ad ignes noſtros inveni o proditas a veteribus; recentiorum habeo tradentem neminem, præter *Johannem Venceslaum*

Ka-

Kaſchubium in phyſicæ elementis quæ anno 1718. *Hienæ* edidit. Atqui is ſubindicare magis, quam tradere videtur: *Incendunt tamen non-nunquam* (de ignibus fatuis loquitur) *ſed non facile aliquid internecione perdunt. Sic nuper novellæ nos docuerunt in Campis Civitatis Kilonenſis ejuſmodi Meteora copioſiora demum ædes incendio corripuiſſe.* Ric-ciol. Hydr. ref. p. 462.

Rem itaque facturum me gratam iis arbitror, qui naturam, cauſaſque rerum proſequuntur, ſi de Ignibus, quorum paulo ante memini, aliquanto accuratius verba fecero, diſputaturus alibi fuſius de cauſis, ſi quando otium nactus fuero, & per valetudinem non-nihil labefactatam, licebit.

Nimirum obſervationes adhuc adhibitæ non ſunt ejuſmodi, ut inde natura, & vis omnino intelligi poſſit, principiumque teneri verum, proprium, intimumque horum phœnomenorum, effectuumque plane mirabilium. Fortaſſe aliquando ita res comparabuntur, ut plurium obſervationum concurſu, periculiſque faciundis vis, & indoles percipiatur, quamvis ægre, ac difficiliter, ut mihi quidem videtur. Illa namque phœnomena naturæ vix, aut ne vix quidem poſſunt explicari, cum vis illa occulta, ac ratio mechanica, unde progignuntur, aut nunquam, aut raro ſe ſe prodit: vel etiam cum ea ipſa pendent ex varia, ac multiplici congerie adjunctorum, ſive circumſtantiarum, quarum vel una ſi contemplanti ſubducatur, cognitionem veræ cauſſæ nequaquam aſſequetur. Atque in hac ſpecie, cujuſmodi hæc noſtra eſt, non ſolum fieri facile poteſt, ut principium, quod productivum appellant, minime inveniatur; ſed etiam quantumlibet quis inveſtigarit, ſeu potius de illo divinarit,

poteſt facilius multo contingere, ut inveſtigationem, ſpeculationemque abiiciat, ſiquidem comperiat vera ibi credita univerſe, ſingularibus eadem periculis non reſpondere. Cum ego ex hoc loco ea phœnomena propoſuero, vos dijudicabitis facile, an difficile factu ſit, principia eorumdem ſtabilire, ac propugnare.

Sed antequam phœnomenorum hiſtoriam ullam recito, non ab re fortaſſe erit, meminiſſe ſaltem obiter de temporum natura, ac locorum ſitu.

Loca igitur ab iis ignibus adhuc inſeſſa ingenti cultorum damno ſunt *Goticum*, *Ramo*, *Roſſanum*, *Galliera*. Tria prima exiguo inter ſe intervallo *Baſſanum* inter, atque *Caſtrum-francum* ſunt; *Galliera*, quæ propius à *Gotico* abeſt, in *Civitatellæ* agro. Solum ibi macrum, aridumque eſt, ſaxoſum, glareoſum. Aquarum fere nulli fontes, præter fluvium exiguum, qui interfluit, *Muſonem* appellatum. Tamen per incilia aquis corrivatis ex *Medoaco* præterfluente ſolent irrigari partem quamdam. Cultoribus putei in promptu ſunt altiſſime effoſſi, rari tamen; magna enim aquarum copia ſubtus latet, e proximis montibus fluentium per cœcos terræ, occultoſque meatus. Itaque ubicumque putei eruuntut, aqua exiſtit, quæ ubique ad eamdem altitudiuem eſſe ſolet; etſi putei plus minuſve fodiuntur, ut terra ipſa, unde effoditur, vel acclivis eſt, vel proclivis. Terræ ipſius ſtratum commixtum multis partibus, limo, lapide, glarea, argilla, ſabulo; quaque propius ad aquam eſt glarea, & arena. An ſalinæ ullæ inſint, vel ſulphureæ fodinæ, nulla indicia.

Quod pertinet ad anni tempora: magna ſiccitas

à ſæ-

à fæculo ineunte tenuit; proximis his ſuperioribus annis mirum in modum aucta, ad ſummum crevit. Hìnc terræ facies ubique arida, & tantum non exuſta; fontes, fluviique ipſi, ac putei propemodum aruere. Adhæc *Adriæ* ipſius fluxiones, & curſus reflui ſolito depreſſiores, aeriſque item per omnem Europam frequentiores impreſſiones Meteorologicæ; inque his flamma volans, quam vidimus paucis abhinc annis ſupra hunc noſtrum verticem. Huic cauſsæ univerſali non male putabit aliquis tribuendam Auroram Borealem, quæ in Gallia apparuit, in Germania, atque etiam in Italia.

Hæc præfati de Natura tempeſtatum locorumque, ad ignes accedamus. Hi primum apud *Goticum* viſi ſunt anno MDCCVI. Menſe Sextili; quo loco flammis quattuor conſecutis noctibus quattuor, Domus combuſta eſt magna colonica, diviſa, ac diſtributa in partes plures, eaſdemque diſtinctas invicem. Sed poſtrema flamma, cum jam nihil eſſet, quo ſeſe applicaret, palearium exuſtum eſt. Idque ipſum habitatores animadverterunt hoc modo factum eſſe, ut flammæ agerent in palearium; ut omnes etſi per alias, aliaſque lineas eodem tamen colliniarent; ut poſtrema flamma caderet per lineam verticalem ad perpendiculum. Menſe item Quinctili ſuperiore boves, quorum erant ſtabula in illa Domo; plerique omnes morbo interiere; pauci inde erepti, ac translati alio, brevi convaluerunt. Pecudes, quæ fuerunt Coloni illius, omnino omnes eo morbo, veluti tabe, periere.

His ad me poſt multos annos allatis, continuo ſuſpicatus ſum, ſolum, cui Domus eæ inædificatæ eſſent, veluti centrum quoddam eſſe illarum exha-

halationum, quæ deinde erumpentes, ac ſeſe proferentes circumquaque, ſphæram quamdam conſtituerent, denſiorem parte media, rariorem parte ſumma ad circumferentiam, unde ſulphurea illa effluvia, ac bituminoſa agerent. Cum enim ea effluvia, quæ extitiſſent, his quæ erumperent, cedere oportet, neceſſe erat, uti funderentur circumquaque, ea omnino ratione, qua vapores parva quadam editi palude, ſpatium occupare ſolent non exiguum adjacentis regionis. Rem ita eſſe facile cognoverimus, ſi boum, pecudumque morbum diligenter expendemus: hujus enim cauſam manifeſto indicio apparet, ex omni parte in his exhalationibus poſitam eſſe: rem quoque ita eſſe eadem facilitate aſſequemur, ſi animum referamus ad poſtremum Meteoron, quod prolatum per lineam perpendicularem, editum, ac procreatum eſſe oſtendit in ſitu verticali ad *fodinam* exhalationum.

Nunc ſi forte-fortuna hoc fiat, ut intra circumfuum, ſive ſphæram, in qua volvuntur ſulphureæ illæ exhalationes, offendant, aut nanciſcantur aliquod effluvium, *ex. cauſ.* ſalinum, vel metallicum, ex commixtione rei utriuſque ignis aliquis, aut phoſphorus gigni poteſt; poſphorus qui ſplendet, neque vero urit, quoties conjunguntur una ſimul raræ quædam, ac delicatæ particulæ, cujuſmodi ſunt cadentes ſtellæ, ignes fatui, ignis lambens, Caſtor Pollux, id genus alia, qui quidem appellari poſſunt naturales phoſphori. Contra ea vero ſi cum craſſiori ſulphure ſimul conjungantur partes denſiores, tunc vero verus ignis, atque activus progignetur, qui ſeſe applicare queat ad ligna, ad paleas, ad res generis hujus alias, quæ comburi poſſunt.

Tot

Tot hac de re ſunt experimenta Chymicorum, ut in dubium nullo modo poſſit revocari. Referam experimenta dumtaxat duo, plurima prætermittam brevitatis cauſa. Omnis fere materies oleoſa cum minerali acido conjuncta (alumen ars tantum reperit idoneum ei rei) phoſphorum componit, qui ignem concipit, ubi aer primum in hunc ipſum irruit, ſine aliquo ſubſidio. Hoc patet ex obſervationibus Celeberrimorum Chymicorum Hombergii, ac Lemery Junioris. Porro experimentum alterum hoc eſt. Ex ferri limatura ſumantur portiones æquæ, portiones item æquæ ſulphuris in pulverem friati, deinde admixta aqua intritum fiat, ut ſulphur ferri partes, ac corpuſcula poſſit penetrare; cognoſcetur brevi inter hæc duo corpora futuram fermentationem, unde vas paullatim concaleſcat; quo vaſe materies continetur, quæ mox ſi augebitur, & agitabitur, humidis aliis partibus immiſtis pro rata parte, adeo ſenſibilis fiet ebullitio, ut flamma atque ignis inde producantur. Id ipſum contingere ſolet, ſed majore quadam vi, ſi cum limatura ferri commiſceatur ſpiritus vitrioli, aut hujus oleum. Has fermentationes, atque ignes ſi ars ipſa edere, ac procreare poteſt, natura quoque, cujus eſt vis major, & omnino conſtans, intra terræ viſcera procreare poterit, unde terræmotus tot, tamque magni exaudiri ſolent; quemadmodum calorem tot aquarum mineralium, quas videmus, & guſtamus. Eamdem fortaſſe originem habent ignes quidam fere continui, qui quibuſdam in locis explendeſcunt, atque urunt; ut ille eſt ignis apud *Gratianopolim*, ubi in colle edito, ſex terræ paſſuum ambitu, flamma levis apparet,

Mem. Acad. Reg. Scient. Pariſi. 1715.

Hiſt. Acad. Reg.

Scient. Pariſ. 1699.

paret, atque errans. Hæc autem ipſa flamma per hyemem magis ardet, ac per ea tempora, quæ humidiora ſunt: porro illius vis remittitur, ubi per anni tempus calores intenduntur, ac ſæpe fit ut extinguatur æſtate extrema, rurſuſque redeat aliis, aliiſque temporibus eadem ratione. Eo in loco nulla materia cernitur, quæ ſit alendæ flammæ idonea; odor tamen quidam funditur ſulphureus. Hic parvus quidam Vexuvius eſt, atque antiquus, cujus *Divus Auguſtinus* meminit *lib. XXVII. Cap. VII. de Civit. Dei*. Flamma ſimilis, quæ eaſdem fere habet proprietates in agro Petræmalæ apparere ſolet ſupra montem editum, eaque deſcripta eſt à Viro Celeberrimo Blanchino in *Actibus Regiæ Scientiarum Academiæ Pariſienſis anno MDCCVI.*

Cum itaque Chymici oſtendant, ut dictum eſt, quædam ſulphura, non ſolum particulis craſſioribus admixta, ut metallicis, ſed etiam aeris vix vi acta incendi; certiſſimum erit, ſi forte intra effluviorum noſtrorum ſphæram bituminoſi halitus cum aliis exhalationibus in ſingulari ſitu aliquo conjungantur, incendi omnino poſſe, atque procreare, aut phoſphoros, qui explendeſcant, non comburant, ſiquidem materies rara eſt, ac delicata, cujuſmodi ſunt ignes fatui, aut ſi materies magis denſa, ac tenax eſt, flammas veras, quæ & luceant luce ſua, & urant, ut ignes ii ſunt, de quibus diſputamus. Igitur cum accendantur ex adjunctorum vi, & circumſtantiarum magis in uno loco, quam in alio, intra ſphæram tamen exhalationum; cumque in ſe tantas vires non habeant, ut impreſſum motum pariant, facile erit divinare, quam tenere viam poſſint, quo flecti, ac dirigi:

Nam

Nam quemadmodum *cadentes ſtellæ*, venam veſtigiumque alimentorum perſequentur; ac ſicuti exhalationes terra editæ ab his, quæ erumpunt rurſus, ex centro ad circumferentiam pelli ſolent, ita e contrario, ubi accenſæ fuerint, cum pabulum in iis partibus, quæ viciniores loco exhalationum ſunt, denſius aptiuſque concipiendo igni ſit, contrario prorſus motu ad originem ferentur, ſumentque vim majorem ab exhalationibus, quæ ſubinde accenduntur, a circumferentia centrum verſus eundo. Ita animadvertere ſolemus, ignis, faciſque alicujus flammam divelli, ac diſtrahi quodam modo, eamdemque per rectam lineam eo ferri, ut facem incendat rurſus paulo ante extinctam. Id ipſum fere obſervari ſolet in *Camphora*, ac *Petroleo*, quæ quidem res ſunt e ſulphuribus coactæ delicatiſſimis, quæ continenter penetrant, & exhalationum ſphæram circumquaque efformant. Eodem modo, ut mea quidem ſententia eſt, mirabilis illa Meteororum noſtrorum circumſtantia explicari poteſt; qua omnia Meteora, etſi per alias aliaſque lineas, eodem tamen collimarunt.

Ac tunc quidem ita res fere habuit, ſed aliquot poſt annis, nempe poſt annum MDCCXVII. ignes hi noſtri vi quadam vehementiore apud *Roſſanum* apparuere; & cum ſæpius apparuerint, nobis hoc datum eſt, ut mirandas illorum proprietates aliquas cognoſceremus. Atque illo anno ver quidem fuit aridiſſimum: Sub initium autem Menſis Julii ſtramineæ quædam Domus conflagarunt, quæ invicem diſtabant exiguo intervallo, quæque in via quadam poſitæ parum aberant *Roſſano*. Omnique illa æſtate ignes ii egere uſque eodem loco, donec

autumnus venit, quo tempore magnæ Cœlo pluviæ cecidere, quibus flammarum vis reſtincta eſt. Ad decem fere, & octo domus ignibus fuere exuſtæ, latiuſque etiam calamitas manaſſet, ni Incolæ eo conſilio uſi eſſent, ut domorum tecta demolirentur, parieteſque omnino haberent nudos, ac ſub dio ſomnum caperent. Animadverſum eſt per aliquot dies ſecundum illas pluvias ignes non apparuiſſe, neque vero rediiſſe, niſi cum terra rurſus cœpit exareſcere. Cœlo nubilo nunquam viſi ſunt. Interdiu per hæc tempora non offuere; quodque animadverſione dignum eſt, noctu incendere nunquam, cum ventorum vis ageret. Itaque cognitum eſt, eos impetum facere, & invaleſcere conſueviſſe, cum Cœlum ſudum eſſet, nullæque omnino pluviæ cecidiſſent per quattuor, aut quinque dies. Initio apparebant fere ſemper ſecunda noctis hora, ſerius deinceps, tertia nimirum, raro ſub noctem mediam. Prima phœnomena tam late patebant, quam lunaris diſcus. Cœpere autem deinceps minus, ſed incerta inconſtantique ratione: minima faculam, maxima funale referebant. Undique accedere ſolebant, atque ex omnibus regionibus ventorum; partem vero maximam ab Aquilone, minimam à Meridie; cunctaque collineabant ad eundem locum. Eorum etiam aliqua animadverſum eſt cecidiſſe ad perpendiculum per lineam paululum ad horizontem inclinatam, ad ſimilitudinem *cadentis ſtellæ*; eorumque motus per lineam fere curvam conſtans erat, ſed velocitate exigua.

Anno deinde MDCCXX. majore quadam vi, atque impetu apparuere apud *Gallieram* per autum-

tumnum iiſdem ferme circumſtantiis. Intra paucarum noctium ſpatium magna vi, ac celeritate ignium eorumdem domus aliquot combuſtæ ſunt, neque ei malo ullo modo reſiſti potuit, deinde evanuere.

Rurſus ſummo impetu apparuere Año MDCCXXII. apud *Goticum*, & *Ramonem*. Cum maximi per æſtatem calores fuiſſent, magni etiam per autumnum, qui ſe deinde fregerunt Novembri extremo ob aquarum copiam, quæ Cœlo ceciderunt, rurſus phœnomena extitere ita frequentia, ut agri ipſi tanquam his ignibus conſiti viderentur. Quibuſdam noctibus, Cœlo ſudo, cum leniter flaret Auſter, majore quadam copia apparebant, agitabantque; minore per noctes gelidas.

Motus, coloreſque illorum varii, multipliceſque fuere; figuræ item. Non-nulla tollebantur per lineam verticalem; fundebantur quædam per horizontalem. Quædam etiam, ut fulgur ſolet, ferri & evaneſcere viſa ſunt; Sed partem maximam animadverſum eſt rotunda eſſe, & faculam fere exprimere, ita ut maxima follem quemdam redderent. Adhæc quædam ſtare, nec moveri omnino loco cernebantur, unde extitiſſent. Non-nulla etiam in unum cogebantur, & unum mox in plura ſcindebatur; eaque ſæpiſſime ſeſe abſcondebant propter ſepimenta, ceſpites, muros, arbores. Nonnulla ita movebantur, ut potius ſubſultare viderentur; quædam motu æquabili ad terræ ſuperficiem ferebantur, alia ad medium aerem. Nec pari erant velocitate omnia; quædam lento motu, motu vero celeri quædam agebantur; Sed hæc ita, ut nequaquam ſuperarent velocitate ſua hominem

currentem. Illud etiam curioſe adnotatum eſt, ſi quando foſſam aliquam præterirent, ſiquidem vis aquæ aliqua ei ineſſet, tranſilire conſueſſe, ſi nulla, deſcendere atque aſcendere curſu æquabili. Cum propius ad pabulum venirent (agere autem conſueverant in Caſas dumtaxat ſtramineas) celeriori motu ferebantur, ita ut omnis eodem momento fieri videretur. Continuo ex omnibus partibus incredibili quadam celeritate in domum irruebant, agitabantque, eodemque momento domus tota conflagrabat, neque ei rei ullo modo reſiſti poterat. Spatium nullum erat domeſticæ ſupellectilis ſubducendæ: magno fortunæ beneficio fiebat, ſi ex acri illo incendio incolumes evaderent homines, ſoliti ut plurimum dormire ſub aere aperto. Deſperatione, & ira adducti cœpere ignes eos, tanquam infeſtiſſimos hoſtes inſectari, & vaſtis fuſtium ictibus verberare. Pulſi illi, motum perſequentes aeris irregularem, ſeſe modo ſurſum efferentes, deorſum modo manus ultorum evadebant: at ſæpe uſuveniebat, ut ex una parte fugati ferrentur in partem aliam, eamdemque urerent. Contingebat interdum etiam, ut fuſtibus percuſſi ſcinderentur in partes duas, quæ partes deinceps ſic divulſæ ferebantur motu prorſus contrario.

Quod ad colores attinet, ii varii ac multiplices apparuere; ut paucis complectar, omnes inquam, qui in colorum ſerie, ac tabula ab Opticis ponuntur, ab eo, qui ruber eſt, uſque ad cœruleum. Rubri, qui quidem certe denſiores erant, & vi majore quadam urentes, referebant capras ſaltantes, cum ſcintillas emitterent. Interdiu nunquam nocuere per hæc tempora, noctu contra, hora qualibet,

libet, præſertim vero circiter ſecundam, aut tertiam horam, aut ſub Auroram: unde conſtat exhalationes vim ſuam fere amittere conſueviſſe, niſi una coactæ eſſent partes bituminoſæ, atque congregatæ nocte humida. Duobus in locis, quorum alter ad *Ramonem* pertinet, alter in agro fere eſt medio *Gotici* incendia contigere: Cæteris in locis nulla, (præter exuſtionem unius palearii, quæ fortuita eſſe potuit) etſi ignes frequenter apparerent: eaque res mirabilis viſa eſt, illo præſertim tempore, quo tempore tot ignes per illa loca circumquaque vagarentur, ita ut tecta ædium tenerent, quæque mœnia ambiunt *Caſtrum-francum*. Eodem igitur tempore Meteororum animadverſa ſunt duo genera, ſpecie ſimili, natura prorſus diſſimili, nempe quæ apud *Goticum*, & *Ramonem* viſa ſunt, ex quorum vi effectiſque creditum veros fuiſſe ignes: Cætera phoſphori omnino, cum nulla vi prædiți agerent quidquam; quod referendum eſſet ad ſoli ingenium, & ſitus diverſitatem, unde originem ducebant. Sed cum Menſe Decembri nivium quædam copia Cœlo cecidiſset, incendia deſiere per noctes aliquot, ſeque tanto malo liberatos ii homines arbitrabantur. Sed vi Solis, ventorumque Auſtralium poſt paulo nivibus liquatis, ignes rediere ferociores, frequentioreſque. Homines itaque pagorum eorum, quos ſupra nominavi, magno incommodo ſeſe, ſuaque tueri quoquo modo, adacti contagioſum morbum extimeſcebant; donec Menſe Januario conſecuto nives cecidere copioſiores, quibus reſtingui ignes viſi ſunt. Sed primo vere apparuere rurſus, minore quadam tamen copia, nullaque vi fere ad urendum; ita ut potius

phoſ-

phoſphori ſimplices eſſent, quam veri ignes. Nam ex his quidam in ſtabulis, ac fœnilibus ſe oſtendere, terrore quidem maximo hominum illorum, ſed nullo damno; ſive hoc inde acciderit, quod illarum exhalationum vis quodammodo conſumpta eſſet, ſive etiam quod hæ rariores factæ, atque ob eam cauſam activæ minus; ſive denique quod circumſtantia aliqua deeſſet, unde effecta illa rara, ac mirabilia gignerentur.

Vere autem extremo, ac prima æſtate rationes temporum commutatæ ſunt, frequenteſque pluviæ cecidere, non ita tamen, ut flumina, aut fontes excreſcerent; quinimmo magna uſi ſunt cultores penuria aquarum, ita ut nullæ eſſe fere in ipſis puteis viderentur illa æſtate. Quo tempore cultores iidem cum puteos non-nullos eruiſſent, cognitum eſt magnam aquarum copiam ſubtus fluere. Circum puteos venæ detectæ, per quas aquæ in puteos ipſos influerent. Eæque venæ ex omnibus partibus diſpoſitæ erant, non-nullæ altiores, inferiores non-nullæ, frequentes ſæpe, ſæpe etiam raræ. Quæ celerius exareſcerent illæ erant, quæ proxime ad ſuperficiem pertinebant; Cæteræ deinceps, ita ut puteus omnis exareſceret. Incolæ igitur rurſus eruebant eundem puteum, eaque ratione aquarum venæ quædam penitiſſime inſidentes erumpebant, quæ intra paucos tamen dies exarebant, quod à ſuperioribus venis nulla aquarum copia ſufficeretur. Ex his itaque arbitratus ſum, pluvias ac nives, quæ Cœlo cadunt, puteos ipſos alere, cum terra bibax ſit maxime; quod deinde animadverti placuiſſe Mariotto Viro ſummo in ſuo Tractatu de *Aquarum motu*. Excludi tamen non debent

bent aquæ illæ, quæ per venas quaſdam occultas, ac cœcas corrivantur: quoniam aquæ pluviæ, quæ in vallibus Cœlo cadunt, non ſatis eſſent *Sylæ*, cæteriſque amnibus alendis, qui in imis vallibus ex fontibus innumeris manant.

Atque ut ad rem redeam, ajo Menſe Quinctili Anno MDCCXXIII. ignes rediiſſe, ac tamdiu perduraſſe, donec pluviis autumnalibus reſtinguerentur. Ex omnibus autem circumſtantiis, ea circumſtantia maxime attendenda eſt, quod ſemel tantum interdiu ii ignes incenderunt: ex quo colligitur, eos quidem fuiſse ignes majore vi quadam ad urendum præditos, quoniam illorum denſitas ſuſtinere potuit Solis vim in ipſos agitantem, neque ab illa vi aut diſtrahi, aut rarefieri potuere. Domus etiam combuſta eſt, cujus erat tectum ex lateribus, ſed ignes per apertos quoſdam forulos ſtabuli, continuoque in fœnile impetum fecere. Cæterum ſola palea idonea tantum erat ignium impreſſionibus excipiendis; idque ipſum videtur affirmari certe poſſe; namque domorum areæ, hortique erant propter poſiti, hique ſepimentis arundineis circumdati, in quæ tamen ſepimenta ii ignes nunquam egerunt.

Anno denique MDCCXXIV. apud *Gallieram* apparuere, quo loco Caſas duas ſtramineas concremarunt. Quoniam vero Menſibus Junio, & Julio magnæ pluviæ Cœlo cecidere, fontes & flumina magnum in modum aucta ſunt, factum eſt, ut exhalationibus reſtinctis, nulla phœnomena ſe obtulerint oculis. Superiore Menſe Sextili per dies fere quindecim aquarum magna copia per omnem fere agri illius tractum Cœlo cecidit. Sed poſt paulo

ita

ita arere rurſus terra cœpit, ut vaſta fere Italia eſſet, cunctique vix, aut ne vix quidem ferre poſſent immanem vim caloris. Mox Septembri extremo rurſus aliquantiſper pluvit, qua vi mediocri paululum calores maximi ſeſe fregerunt; quæ tamen cum ſatis non fuerit agris imbuendis, terræ facies ſicca, atque arida fuit uſque ad finem Octobris, neque adhuc, quæ ſupra demonſtrata ſunt, Meteora rediere. Quid futurum ſit deinceps, difficile omnino eſt pronunciare. Fortaſſis hoc fieri poteſt, ut terra ipſa effæta, aut rariores fiant exhalationes, atque ob eam rem agentes minus; aut adjunctorum aliquod, ſive circumſtantiarum tollatur, eaque omnino ratione ceſſent ii ignes; aut ſi tempeſtates ipſæ commutentur, diuturnamque ariditatem par humiditas conſequatur, tandem aliquando reſtinguantur. Sed quoniam ſoli indoles mutari nullo modo poteſt, ita factu facile eſt, ut ſi rurſus adjuncta illa, ſive circumſtantiæ cogantur, rurſus ii ignes redeant, & ſtramineas Domos urant. Certe ſimile aliquid veterum memoria contigiſſe obſcura apud eas gentes, & popularis quædam traditio eſt. Atque hæc hactenus de phœnomenis, quæ quidem ipſemet oculis vidi, & à Præclariſſimis Viris Comite Jacobo Riccato, & Jo: Rizzetto accepi; mitto cætera inania ac vana, quæ populus confinxit.

Ego nihil hic conabor adverſari populo, atque opinionibus vulgi, qui quidquid raro & inſolenter ſit, adſcribit cauſis ſupernaturalibus, atque, ut Auctor magni nominis ait, *vulgus quidquid ignorat, divinum putat*. Philoſophi qui optime intelligunt, quot adjuncta conjungi, & congregari ſimul de-

debeant, ut miranda quædam phœnomena producantur, norunt etiam hanc conjunctionem fieri rariſſime. Ex eo autem, quod aliquid raro fiat, minime ſequitur, ut exiſtimari oporteat, id quod factum eſt, naturæ vires omnino ſuperare. Ad hæc cum phœnomenorum leges quædam, & conditiones comitentur, quæ non comitantur cauſam ſupernaturalem; hinc fit, ut vitioſe, imo peſſime is argumentari videatur, qui effectum naturalem exiſtimet a cauſa naturali nequaquam proficiſci. In noſtro caſu quoniam exuſtiones omnes noctu fere ſemper contingebant, non interdiu; quoniam poſt ariditatem, non poſt nives, pluviaſque; quoniam non Cœlo nubilo, ſed ſudo, præter illa omnia, quæ ſupra commemoravimus, efficitur, ut effectus omnino naturalis exiſtimari debeat.

Finem Diſſertationi huic meæ imponam, ſi facta duo addidero quæ contigere, cum iis ignibus terræ vexarentur. Anno MDCCXXIII. Menſe Januario fere medio Luna animadverſa eſt verſus Horizontem occidentalem e diſco ſuo fulgura emittere. Partim autem illa a Sole illuminabatur, partim obſcura erat, donec repente omnis, veluti flamma, ardere viſa eſt; poſt paulo reſtingui, continuo inflammari rurſus; quæ res geſta eſt ſemi-hora. Exhalationes quidem certe per aerem volvebantur, ſed Hominibus aſpicientibus lumen diſco lunari ineſſe videbatur, cum non eſſet.

Menſe Februario Anni MDCCXXIII. duabus fere horis ante Auroram aer animadverſus eſt lucere ita, ut ſi dies eſſet: & Viatores quidam vehementer hoc ipſum mirati ſunt, vana quædam exiſtimantes; iidemque affirmant, omnem illam Re-

gionem circumquaque oculis perluſtrare potuiſſe. Quinimo ex proximis Montibus, qui trans fluvium *Anaxum* ſiti ſunt ad Orientem, ubi incendia contingebant intervallo quindecim, aut ſexdecim mille paſſuum lux quædam conſpiciebatur, ex qua luce cuncta ardere putabantur. Hæc omnia adjuncta, atque circumſtantiæ oſtendunt magnam fuiſse exhalationum copiam, quæ per aerem agitabant, quæque materia fuerunt Ignium, de quibus diſputavimus.

Varii multipliceſque caſus nocturnarum harum illuminationum, quas producit qualitas, quantitas, & irregularis motus halituum, leguntur apud Hiſtoricos; neque aliud quidquam arbitror ipſos exiſtimare, cum tradunt hoc, vel illo loco Cœlum incenſum eſse. *Livius Lib. I. Dec. IV. Cœlum in Campanis arſit.* Eodem referenda, quæ *Seneca* ſcribit Lib. I. *Natural. Quæſt. Inter hæc ponas licet, & quod frequenter in Hiſtoriis legimus Cœlum ardere viſum: cujus non-nunquam tam ſublimis ardor eſt, ut inter ipſa ſidera videatur: non-nunquam tam humilis, ut ſpeciem longinqui incendii præbeat. Sub Tiberio Cæſare cohortes in auxilium Oſtienſis Coloniæ cucurrerunt tanquam conflagrantis, cum Cœli ardor fuiſſet per magnam partem noctis, parum lucidus craſſi, fumidique ignis.* Interea ubi id fit, ut Homines, qui iſtiuſmodi phœnomena animadvertunt, animi, exigui, timidi, ac meticuloſi ſint, ut vulgus fere eſse ſolet, qui iſtiuſmodi exiſtiment oſtenta, ac prodigia, unde Dei ira portendatur, vana, inania, incredibilia quædam recitant, confingunt, comminiſcuntur: Cœli colorem rubrum arbitrantur ſanguinem; motum irregularem, & inconſtantem exhalationum putant Acies fere & Exercitus

citus Hominum in Cœlo pugnantium, ac parum abeſt, quin ſigna canere iis videantur, reſque tormentis ipſis diſcuti, *quando eadem credulitas, infirmitaſque humana eſt, quæ bis figmentis locum facit*. En non obſcurum exemplum. *Paulus Diaconus* in Additamentis ad *Eutropii Hiſtoriam* Lib. XVII. *Continuo apud Italiam terribilia noctu ſigna viſa ſunt, hoc eſt igneæ Acies in Cœlo apparuerunt, eum, qui poſtea effuſus eſt, ſanguinem coruſcantes*. Similia monſtra apud pleroſque Hiſtoriſcos nimis credulos, qui phyſice neſciunt, legere eſt. Sed miſsis his, unum & alterum exemplum nocturnarum illuminationum in medium afferamus. *In Annalibus Bertinianis*, quæ collectioni inſerta ſunt Celeber: Muratorii Tom. III. Scriptorum Rerum Italicarum Anno DCCCLIX. ita legitur. *Acies in Cœlo Menſe Auguſto, Septembri, & Octobri nocturno tempore viſuntur, ita ut diurna claritas ab Oriente uſque in Septentrionem continue fulſerit, & columnæ ſanguineæ ex ea diſcurrentes proceſſerint*. Hiſtoricus quidam Saxo ad Annum CMXCIII. meminit lucis ſimilis his verbis. *In nocte Natali Sancti Stephani Protomartyris inauditum Sæculis vidimus miraculum, tantam videlicet lucem circa primum gallicinium ab Aquilone effulſiſſe, ut plurimi dicerent diem oriri, ſtetit autem per unam pleniter horam, & poſtea rubente aliquantulum Cœlo in ſolitum converſum eſt colorem*. Sæculis poſtremis illuminationes iſtiuſmodi plurimæ viſæ ſunt, eas velle narrare omnes præter rem eſset.

Gaſſend. in Vita Peiresk.

Ex Act. Berolin.

Nunc, ſi haudquaquam vim perſequutus ſum, cauſaſque intimas rei, quam expoſui, inuſitatæ, memorabilis; *rei* (ut Plinii verbis utar) *ortæ incer-*

Lib. 2. Cap. 37.

ta ratione, & in Naturæ Majestate abditæ; non ab re tamen fuerit quippiam memoriæ Posterorum prodidisse, atque addidisse parvam hanc Appendicem immensæ Rerum Naturalium Historiæ,

DE

DE VI VAPORUM IN HYGROMETRIS DISSERTATIO GEOMETRICO-MECHANICA.

Implex ac vulgare Hygrometrum ita parari consuevit. Longior funis cannabinus, aut Nervus fidium, justæque crassitudinis horizonti parallelus constituitur, & quantum satis videtur extenditur, ejusque extremitatibus gemino clavo firmiter alligatis bifariam dividitur. Ex medio puncto ope tenuissimi fili glans plumbea suspenditur, quæ proprio pondere funem ulterius distrahit, & descendendo

in

in angulum flectit. Horum funium proprietas in hoc consistit, ut longiores fiant sudo Cœlo, humido vero breviores; ita ut pondus appensum modo extollatur, modo deprimatur pro diversa nostratis aeris constitutione. Vapores undique diffusi funem humectant, ejusque crassitudinem augent, & longitudinem minuunt, dum atomi aqueæ, veluti minimi cunei fibras in Spiram contortas intime penetrant, easque non sine aliqua vi percussionis, quæ Borelli sententia est, à se invicem disjungunt. Hinc sereni, vel pluvii aeris indicium sumitur. Porro ad explorandos varios humiditatis gradus, sagitta seu linea recta, quam pondus descendens percurrit, in plurimas æquales particulas dividi solet, quæ profecto partitio mutationibus aeris minus apte respondet; cùm certum sit hujusmodi sagittas arithmetice crescentes, vel decrescentes eamdem proportionem non servare, ac vaporum vires. Volvebam igitur animo, quomodo curva describenda esset, quæ optime hoc munus impleret, saltem in simpliciori hypothesi; sed quia difficultas difficultatem parit; illud etiam occurrit
Fig. 3. pondus suspensum ex puncto O funem AF bifariam secante, descendere per rectam OX, at si ad alterutram extremitatem propius accedat, & punctum D gravitate sua sollicitet, dubitabam, utrum per rectam, an per curvam incederet, & qua ratione ejus semitam determinare oporteret. Rursus, cum idem pondus possit per totam chordæ longitudinem excurrere, atque flexuræ apice H speciem quamdam Catenariæ designare, hujus quoque Curvæ naturam investigandam mihi proposui.

Pro-

Problema Primum.

EX puncto quocumque D funis A F ſuſpendatur datum pondus, quod vi propriæ gravitatis funem extendat, & punctum D deorsùm trahendo curvam quæſitam deſcribat. Perveniat punctum D ad locum H, in quo inter ponderis actionem, & funis reſiſtentiam æquilibrium conſtituitur. Ductis rectis A H, F H ex centris A, F deſcribantur arcus D K, D G tranſeuntes per punctum D, quorum radii ſint lineæ A D, F D æquales duabus portionibus, in quas chorda diviſa ſupponitur. Illud certum eſt punctum H inter geminam peripheriam conſiſtere, cùm utraque pars funis A K, F G aliquam diſtentionem patiatur. Sed antequàm ulteriùs procedamus, methodo ſynthetica antiquis Geometris familiari palmarem, & principem noſtræ curvæ proprietatem juvabit inquirere. Ex tribus punctis K, H, G, demittantur ad lineam A F tres normales K B, H C, G E, productaque C H ad partes N, recta H N onus, ſeù potentiam diſtrahentem deſſignet, quæ reſolvatur in vires collaterales L H, L N, quarum prima poſita ſit in directum cum linea F H, altera ſit rectæ A H parallela. Jàm cum iſtæ vires agant, juxta chordarum directiones, & aliundè notum ſit ex obſervationibus Hirii ſenioris diſtractiones eſſe quam proximè ut potentias diſtrahentes, compreſſiones verò in potentiarum ratione reciproca, ſi illud in memoriam revocemus, quod à Borello, & Galileo demonſtratum eſt funes ſola longitudine differentes àb æqualibus ponderibus inæqualiter diſtendi, lon-

Fig. 1.

gitu-

gitudinum proportione ſervata, ſequitur rationem diſtentionum GH: HK componi èx rationibus virium tendentium HL: LN, & longitudinum chordarum FG: AK, vèl FD: AD. Hinc vires HL: LN ſe habebunt directè, ùt diſtractiones GH: HK, & inversè, ût longitudines DF: DA; atquì proportio HL: LN componitur ex proportionibus HL: LM, ſeù HG: EC, & ML: LN, ſeù CB: KH hoc eſt HL: LN ſe habet directè, ùt diſtentio GH ad diſtentionem HK, & reciprocè, ut intercepta EC ad interceptam CB; igitur rationibus inter sè collatis, erit FD: DA:: EC: CB:

Hac curvæ proprietate detecta analyſim in ſubſidium voco. Sit AF = 2 c; AD = AK = a; FD = FG = b; AB = x; BK = $\sqrt{aa-xx}=p$; FE = z; EG = $\sqrt{bb-zz}=q$; BE = $2c-x-z=t$. Quoniam EC: CB:: FD: DA; ergo componendo BE: CE:: AF: DF, & BE: BC:: AF: AD. Habebimus itaquè CE = $\frac{bt}{2c}$, & BC = $\frac{at}{2c}$ ideoque AC = $x \mp \frac{at}{2c}$, & CF = $z \mp \frac{bt}{2c}$. Deindè cùm duplex locum inveniat analogiſmus, nempe AB: BK:: AC: CH; FE: FG:: FC: CH, duplici valore ipſius CH in ſpeciebus determinato ventum erit ad æquationem $p \mp \frac{apt}{2cx} = q \mp \frac{bqt}{2cz}$ & quia hæc expreſſio quinas indeterminatas includit earum valoribus ſubſtitutis, ût tres t, p, q, evaneſcant, poſt debitas expurgationes altera orietur formula

$$\overline{bxz+2acz-azz}\cdot\sqrt{aa-xx}=\overline{azx+2bcx-bxx}\cdot\sqrt{bb-zz}$$

quæ ſi more Carteſiano ad coordinatas AC, CH re-

reducatur implicatiſſima evadit, cum quia numerus terminorum multiplicatur, tum quia ad altiores poteſtates aſcendit. Inventæ igitur æquationis ſubſidio ſequenti modo curva conſtruatur.

In arcu D X ſumo ad libitum punctum G, ex quo demitto ordinatam G E, ſubinde producta F A ad partes Q fiat F D : D A : : E A : A Q, punctoque invento Q inſiſtat normalis Q Z, ſitque ut rectangulum D F E ad quadratum A F, ità applicata E G ad Q Z, determinato puncto Z agantur Z O, O A parallelæ ipſis A Q, Q Z, atque inſuper per puncta O, A rectæ P O N, R A S radio F G parallelæ.

Intra aſymptotos P Q, P N deſcripta intelligatur hyperbola Apolloniana, quæ tranſeat per punctum A, hæc ſecabit arcum D T in aliquo puncto puta K. Productis igitur radiis A K, F G, ità ut ſibi occurrant in H, dico punctum H pertinere ad curvam quæſitam, quod ita demonſtro.

Ob ſimilitudinem triangulorum Q R A, S A B, G F E, erit $AS = \frac{AB.DF}{EF}$, & $AR = \frac{AQ.DF}{EF}$, & quia ex conſtructione facta eſt $AQ = \frac{AE.AD}{DF}$, habebimus $AR = \frac{AE.AD}{EF}$; invenitur igitur tota $RS = \frac{AE.AD + AB.DF}{EF}$. Rurſus cum ſit ob analogias ex dicta triangulorum ſimilitudine reſultantes $BS = \frac{AB.EG}{EF}$ erit $m K = AO - BS - BK = \frac{AF.EG}{EF.DF} - BK - \frac{AB.EG}{EF}$ (conſtat enim Q Z,

D vel

vel AO assumptum fuisse $= \frac{\overline{AF}^2 . EG}{EF . DF}$) Jam natura hyperbolæ postulat, ut RS: RA:: AO: *m* K igitur debitis factis substitutionibus $\frac{AE . AD + AB .}{EF}$ $\frac{\overline{DF}^2}{DF} : \frac{AE . AD}{EF} :: \frac{\overline{AF}^2 . EG}{EF . DF} : \frac{\overline{AF}^2 . EG}{EF . DF} - \frac{BK . EF}{EF} - AB . EG$, & per conversionem rationis deleto in omnibus terminis denominatore EF, AE. AD + AB. DF: AB. DF:: $\frac{\overline{AF}^2 . EG}{DF}$: BK. EF + AB. EG. verum AE = AB + BE, & AD + DF = AF; igitur AB. AF + AD. BE: AB. DF:: $\frac{\overline{AF}^2 . EG}{DF}$: BK. EF + AB. EG, vel AB + $\frac{AD . BE}{AF}$: $\frac{AB}{AF}$ :: AF: $\frac{BK . EF}{EG}$ + AB hoc est permutando, & convertendo AF: AB + $\frac{AD . BE}{AF}$:: $\frac{BK . EF}{EG}$ + AB: AB, & dividendo AF − AB − $\frac{AD . BE}{AF}$: AB + $\frac{AD . BE}{AF}$ :: $\frac{BK . EF}{EG}$: AB, sed AF − AB = BE + EF, & AF − AD = DF igitur valoribus substitutis EF + $\frac{DF . BE}{AF}$: AB + $\frac{AD . BE}{AF}$ :: BK. EF: AB. EG. Cum autem sit FE: EG:: FC: CH, & AB: BK:: AC: CH; ergo BK. EF: AB. EG:: FC: CA, & ob id FC: CA:: EF + $\frac{DF . BE}{AF}$: AB + $\frac{AD . BE}{AF}$, componendo igitur $\frac{FC + CA}{AF}$: CA:: EF + AB + $\frac{AD + DF . BE}{AF}$: AB + $\frac{AD . BE}{AF}$ tertio termino $\frac{AD + DF}{AF}$ = unitati ob æqualitatem

tem inter AD + DF, & AF; igitur permutando FC + CA : EF + AB + BE : : CA : AB + $\frac{AD.BE}{AF}$; atqui FC + CA = EF + AB + BE = AF; igitur CA = AB + $\frac{AD.BE}{AF}$, & CA − AB = BC = $\frac{AD.BE}{AF}$, deinde æquatione ultima in analogiam mutata AF : AD : : EB : BC, & dividendo AF − AD : AD : : EB − BC : BC, hoc eſt DF : DA : : EC : BC, quæ ut ſupra monui, eſt noſtræ curvæ principalis affectio.

COROLLARIA.

PRimum. Aſſumptis in quadrante DGX punctis infinitis, quibus totidem hyperbolæ conditionibus ſupra explicatis deſcriptæ reſpondeant, quarum ſingulæ tranſeant per punctum A, arcus DKT officium trajectoriæ præſtabit, ſecantis omnes hyperbolas in punctis puta K, productiſque rectis analogis AK, FG uſquequo occurrant in punctis H, per hujuſmodi puncta infinita curva quæſita DH*n* tranſibit.

Secundum. Quod ſi punctum ſignetur in quadrante DKT, tunc hyperbola delineanda vergeret ad partes oppoſitas, ſumendaque eſſet F*a* = $\frac{BF.DF}{AD}$, & normalis ad punctum *a* = $\frac{\overline{AF}^2.BK}{AD.AB}$.

Tertium. Hyperbola AK non ommittenda proprietate donatur producta enim ulterius arcum DX in puncto analogo G interſecat. Cum hyperbolæ abſciſſa ſit AE = *x* intercepta BE = *t* evaneſcit. Hinc in noſtra formula $p + \frac{qt}{2rx}$ = $q + \frac{bqt}{2rx}$ facta *t* = 0

$t = o$, habemus $p = q$. Applicata igitur EG communis eſt tam circulo, quam hyperbolæ.

Quartum. Deſcriptis itaque ex utraque parte hyperbolis, ut noſtra conſtructio poſtulat, ambæ tranſibunt per puncta K, G, & duplex earum interſectio facit ad determinandum punctum H in curva principali. Certum pariter eſt, hyperbolam AKG continuatam occurrere rectæ AF productæ verſus a, & diſtantia puncti ſecantis I à centro F exponitur per magnitudinem $\frac{az}{b}$. Similiter altera hyperbola analoga ſecat rectam FA productam ad partes Q, punctumque ſectionis diſtat à centro A intervallo expreſſo per quantitatem $\frac{bx}{a}$.

Quintum. Origo noſtræ curvæ invenitur in puncto D, & in hoc caſu, cum ſit $x = a$, & $z = b$ utraque hyperbola cum recta ADF confunditur. At ſi fiat $x = o$, & $z = o$ hyperbolæ in rectas normales AO, FX degenerant. Hinc ſequitur, curvam DHn ſemper deflectere ad partes funis brevioris AD, punctumque inflexionis, & rectam AO pro aſsymptoto fortiri.

Scholium Primum.

NOn erit abs re ſecundam conſtructionem exhibere ab altera curvæ proprietate deſumptam. Jam monuimus vires HL : LN, ſe habere directe, ut diſtractiones GH : HK, & inverſe, ut longitudines DF : AD, ſed ratio HL : LN componitur ex rationibus HL : LM, & LM : LN, vel ob ſimilitudinem triangulorum HLM,

Fig. 1.

HLM, HFC; NLM, HAC componitur ex rationibus HF: FC, & DA : AH igitur $\frac{HF}{FC}$: $\frac{AH}{AC}$: : $\frac{GH}{DF}$: $\frac{KH}{DA}$.

Positis modo $HF = z$. $AH = x$, $CD = p$ erit $GH = z - b$. $KH = x - a$. $AC = a - p$. $FC = b + p$. ideoquè $\frac{z}{b+p} : \frac{x}{a-p} :: \frac{z-b}{b} : \frac{x-a}{a}$, sed $xx - aa + 2ap - pp = zz - bb - 2bp - pp$; ergò deletis delendis innotescit valor ipsius $p = \frac{zz - xx + aa - bb}{2a + 2b}$ quo substituto, & analogia in æquationem conversa natura curvæ propositæ per hanc formulam exprimitur $\frac{azx - abx \,.\, 4cc + zz - xx}{bzx - abz \,.\, 4cc} = zz + xx$. Hæc porrò æquatio sequentem subministrat effectionem.

Intra puncta A, D sumatur ad libitum punctum B, & BF ponatur = z, & in normali TAL infra punctum A accipiatur $AL = \frac{4abcc + 4bccz - 4accz + abzz - 2cz^3}{2acz - aab}$ actaque ipsi AF parallela LM, sit $LR = \frac{abz}{2cz - ab}$. Puncto R insistat perpendicularis RQ, & intra assymptotos RQ, RM sub rectangulo constante æquali quantitati $\frac{8ccz - 8bcc \,.\, abz}{2cz - ab^2}$ describatur hyperbola vulgaris PNO, aliæque infinitæ variata positione puncti B; & iisdem conditionibus impletis. Postea parametro AD, circa axem AT descripta parabola Apolloniana AN, hæc erit omnium hyperbolarum communis trajectoria. Secet itaque hyperbolam PO respondentem assumptæ constanti FB in puncto N, demissaque nor-

Fig. 2.

normali NC, erit AC = x. Radiis igitur FB, AC deſcribantur arcus circulares BH, CH, ſeſe interſecantes in H, erit punctum H ad curvam quæſitam, ſimilique ratione infinita alia puncta determinantur, quod indicaſſe ſufficiat.

Scholium Secundum.

Fig. 1. COnſtat ex demonſtratis, grave ex puncto D ſuſpenſum per DH incedere, & in puncto H poſt varias reciprocationes tandem conſiſtere, ubi actio ponderis cum funis tenacitate æquilibrium fecerit. Quod ſi onus augeatur fertur per alteram curvæ portionem Hn, rurſusque parte aliqua ponderis detracta quod reliquum eſt ſua relegit veſtigia, & per arcum nH aſcendit. In idem recidit, dum pondere manente conſtante, aeris conſtitutio mutatur funiſque vel contrahitur, vel relaxatur. In utroque caſu eadem curva percurritur; nam ſi ab humido aere grave in puncto n quieſcens extollatur ad locum H, nova ponderis acceſſione iterum deprimitur.

Problema Secundum.

Fig. 3. INcedat grave appenſum per totam funis longitudinem, & apice flexuræ ſucceſſive mutato ſpeciem quamdam catenariæ AHXF delineet, oportet hujus curvæ naturam inveſtigare.

Pendente onere ex medio puncto O deſcendat uſque ad X, productaque recta FX, ſumatur XR

æqua-

æqualis distractioni X Q, & per punctum R acta R Z parallela lineæ A X, erit R Z æqualis alteri distractioni P X. Per constantem X Z exprimatur ponderis magnitudo. Hinc translato pondere a puncto O in aliud quodcumque D, fiat descensus per curvam D H, & virium æquilibrium in puncto H. Consueta instituta præparatione, recta H N per quam pondus constans designatur erit X Z æqualis.

Describenda modo est curva virium absolutarum, per vires autem absolutas intelligo pondera arithmetice crescentia, quæ in singulis punctis curvæ D H S cum funis tenacitatibus æquilibrium faciunt, manifestum enim est, onus consistens, & quiescens in puncto H, illo minus esse, quod in puncto S consisteret. Quoniam igitur vires directe tendentes per latera X R, H L expositæ sunt inter se, ut distentiones X Q: H G directe, & ut longitudines chordarum Q F: G F reciproce, & data est ob curvam datam D H S tam distractio H G, quam longitudo G F; ergo & vis H L datur positione, & magnitudine, ductaque L N parallela rectæ A H, dabitur punctum N simul cum diagonali N H vim absolutam exponente. Ordinata itaque H B producta ad partes C, sumatur B C ≔ H N, punctum C erit ad curvam virium absolutarum D C V. Hac descripta habita semper relatione ad alteram curvam D H S, & omnibus punctis methodo supra tradita determinatis, statuatur in axe A K abscisa A K æqualis ponderi X Z, & applicata K C secet curvam D V in puncto C, ex quo ad K A parallela C B N curvæ D H S occurrente in puncto H, aio punctum H esse ad quæsitam catenariam A H X F. Q. E. I.

CO-

COROLLARIUM.

DEmonſtrationem non addo, utpote quæ ex conſtructione dependet, tantum animadverto, curvam virium abſolutarum D C V ad axem A K aſſymptoticam eſſe.

Problema Tertium.

DAto ponderis appenſi aſcenſu, vel deſcenſu in Hygrometro, determinare vaporum vim ad contrahendum, vel relaxandum funem.

Fig. 4. Sumatur in chorda A F quodlibet punctum E, & ſit E L S curva virium abſolutarum relata ad curvam deſcenſus E M Q. Ex diuturnis obſervationibus notum ſit ad quem locum infimum Q pondus ſudo, & ſereniori Cœlo pervenire queat, ductaque recta Q C L per ordinatam C L exprimatur gravitas ponderis abſoluta, & ſit L Z ipſi A F parallela.

In hac conſtitutione ſuppono humorem per aerem diffuſum, vel nullam, vel ſaltem minimam actionem, & quam negligere tuto poſſumus in nervi fibras exercere; ita ut tota funis diſtentio ponderi C L in ſolidum debeatur. Jam nimboſo, & caliginoſo aere, corrugetur funis, & grave ad punctum M aſcendat, productaque F M versùs R, ſumatur M P = C L, & M N = D G, aganturque ipſi A M parallelæ P R, N O. Manifeſtum eſt, quod funis perſeverans in ſuo naturali ſtatu ſub flexione A M F cum pondere abſoluto D G, vel

M N

MN æquilibrium facit, & pars MF à potentia MO diſtrahitur, altera pars vero MA à potentia ON. Verum humidus aer funis tenacitatem auget, paremque reddit, ſuſtinendo integro oneri MP, & tota potentia RM, cum vi ellaſtica chordæ MF in æquilibrio eſt, ſicuti vis chordæ AM cum potentia RP; eſt autem RM: OM: :RP: ON; igitur funis tenacitas in omnibus ſuis partibus proportionaliter creſcit, ejuſque incrementum non niſi per differentiam rectarum RP, ON, & RM, OM, vel per quantitatem RO exprimi poteſt, cum actiones retroactionibus ſint ubique æquales, & contrariæ. Modo adhibita ſimpliciori hypoteſi, ſi vaporum actiones eamdem rationem ſervent cum auctis fibrarum tenacitatibus recta RO vim humoris aerei ad funem contrahendum pariter indicabit. Hinc facta HK = RO, curva, quæ tranſit per punctum K, & alia infinita ſimiliter inventa, erit ſcala, qua vires creſcentes humidi aeris exponuntur. Q. E. I.

COROLLARIUM.

HUjuſmodi vires in infinitum augentur, eſt enim recta TV curvæ LK aſſymptota, & profectò vis infinita adhibenda eſt, ut chorda pondus finitum ſuſtinens ad poſitionem rectæ lineæ AF reducatur. Noſtra curva ad partes X in infinitum continuari poteſt, nam ſicut ramus ſuperior LK uſum præſtat in his Hygrometris, quorum funes ab aere humido fiunt breviores; ita ramus inferior LX uſurpandus eſſet in iis Hygrometris, quæ

ex diverſitate materiæ effectum prorſus contrarium præſtarent.

Scholium Primum.

IN præmiſſi Problematis Solutione vim potius vaporum, quam quantitatem dimenſus ſum; didici enim à Clariſſimo Viro Jacobo Placentino, quem honoris cauſa nomino, uberiorem aquæ copiam in opaco, quam in perſpicuo aere non contineri. *In Diſſertatione ſecunda de Barometro*, ita rem explicat, & illuſtrat. *Nam ſi primum liquoris partes per aerem diſperſæ, diſſociatæque concipiantur, facile erit intelligere, eas præ molis tenuitate, ac reſpectiva ſuperficierum magnitudine, inteſtino aeris motui parentes, non ſolum nuſquam conſiſtere, nulli corpori adhærere; verum etiam, eas humoris partes, quæ corporibus inſiſtunt, ea, qua moventur motus pernicitate abripere facile poſſe. Coeant deinde in maſſas majores. Quemadmodum ob auctum earum pondus inteſtino aeris motui minimè obſequentes in pluviam, vel ſenſibilem, vel inſenſibilem abeunt; ita ſolidis corporibus, quæ primum attigerint facile adhæreſcent. Quamobrem ſi madefieri corpora dicentur cum appellentes liquoris partes iis adhæreſcunt, ſicca vero manere, exſiccarive cum iis minimè adhærent, aut abripiuntur; dubitare non licet, quin aer pari humoris quantitate refertus facere utrumque poſſit.* At ſi aer conſtante ſemper vaporum quantitate refertus eſt, quod ſecluſis aliquibus circumſtantiis, & præcipuè ventorum à mari flantium, verum judico,

vis

vis humectandi, non ſolum à copia, ſed etiam à magnitudine guttularum petenda eſt. Hinc ex iis, quæ demonſtrata ſunt de vaporum viribus habita ratione ad diverſas ejuſdem funis contractiones conjecturæ ſumi poſſent, qua in proportione augeantur, vel minuantur guttarum in aere pendentium diametri: ſed hæc ad Phyſicos ableganda.

Scholium Secundum.

POndus ex medio puncto funis in Hygrometris ſuſpendi ſolet, ita ut deſcendendo rectam lineam percurrat, & mutationibus aeris majores ſaggittæ reſpondeant; quo in caſu nullo negotio deſcribitur curva, ſeu ſcala vaporum vires determinans. Vocentur x ſagittæ creſcentes, vel decreſcentes, & vires humidi aeris ſtatuantur $= z$, longitudo funis $= 2a$, & pondus appenſum $= b$ curva localis per ſequentem æquationem exprimitur.

$$\frac{b \cdot \sqrt{aa+xx}+a-\sqrt{aa+xx}}{2x} = z, \text{ vel}$$

$$\frac{b \cdot \sqrt{aa+xx}\ a}{2x} + \sqrt{aa+xx} = z.$$

Scholium Tertium.

SUpereſt, ut inveſtigemus velocitatem ponderis in ſingulis ſagittæ punctis, dum chorda bifariam diviſa, glans plumbea motu verticali per rectam lineam deſcendit. Hoc facile aſſequemur conſtituta prius in quolibet ſagittæ puncto vi deorſum ſollicitante. Ex magnitudine exprimente pon-

deris gravitatem abſolutam ea ,pars ſubducenda eſt, quæ in puncto dato cum tenacitate funis æquilibrium faceret, quod reliquum eſt in producen-
Fig. 4. dum motum acceleratum inſumitur . Sit pondus appenſum M P, & ſit M N illud grave, quod ſuſtineretur à vi ellaſtica funis ſub flexione A M F, cum actio ponderis M N à tenacitate funis contraria actione elidatur nullum edit effectum, remanente tantum vi accelerante N P, à qua mobile deorſum ſollicitatur. His poſitis vim variabilem N P ſequens æquatio in ſingulis punctis determinat $f = b - 2x + \frac{2ax}{\sqrt{aa+xx}}$, & quoniam factum ex vi ſollicitante in elementum ſpatii momento velocitatis æquale eſt, oritur altera æquatio differentialis $f\,dx = b\,dx - 2x\,dx + \frac{2ax\,dx}{\sqrt{aa+xx}} = u\,du$, & integrando non ommiſſa debitæ conſtantis additione $uu = 2bx - 2xx + 4a\sqrt{aa+xx} - 4aa$. Porrò ſcala temporum, non niſi per quaduraturas exhiberi poteſt.

DEMONSTRATIONES THEOREMATUM

Ad Quadraturas ſpectantium

A SUMMO GEOMETRA

JOAH: BERNOULLIO;

In Actis Lipſienſibus expoſitorum
Anno MDCCXIX.

DISSERTATIO ANALYTICA:

CEleberrimus Bernoullius per *q*, & *l* intelligit numeros qualeſcumque integros, fractos, affirmativos, negativos, rationales, ſed per *k*, *n*, & *p* intellectos vult tantum numeros quoslibet integros, & affirmativos, & ita quidem ut pro *p*, & *n* etiam ſumi poſſit *o*.

Theo-

Theorema Primum.

$\int dx : \overline{e+fx^q}^{K+\frac{1}{q}}$ eſt abſolute, ſeu algebraicè quadrabilis.

Demonſtratio.

Fiat $e+fx^q = zx^q$. Ergo $\frac{e}{z-f} = x^q$, & ex utraque parte extracta radice q, $x = e^{\frac{1}{q}} . \overline{z-f}^{-\frac{1}{q}}$. Quare differentiis ſumptis erit $dx = -\frac{e^{\frac{1}{q}}}{q} . \overline{z-f}^{-\frac{1}{q}-1} dz$. Quoniam vero $zx^q = ze : \overline{z-f} = e+fx^q$ erit $\overline{e+fx^q}^{K+\frac{1}{q}} = \overline{ez}^{K+\frac{1}{q}} : \overline{z-f}^{K+\frac{1}{q}}$. Ergo debitis peractis ſubſtitutionibus habebimus $dx : \overline{e+fx^q}^{K+\frac{1}{q}} = -\frac{e^{\frac{1}{q}}}{q} . \overline{z-f}^{-\frac{1}{q}-1} dz . \frac{\overline{z-f}^{K+\frac{1}{q}}}{\overline{ez}^{K+\frac{1}{q}}} = -\frac{e^{\frac{1}{q}}}{q} . \overline{ez}^{-K-\frac{1}{q}} dz . \overline{z-f}^{K-1}$. Quam formulam, cum ſupponatur K numerus integer affirmativus, manifeſtum fit abſolutè integrabilem eſſe. Q.E.D.

Theorema Secundum.

$\int x^{p-1} dx : \overline{e+fx^q}^{K+\frac{p}{q}+1}$ eſt algebraicè quadrabilis.

Demonſtratio.

Hoc quoque in loco fiat $e+fx^q = zx^q$. Ergo debita peracta reductione ſumptiſque differentiis erit

erit $dx = -\frac{e}{q}^{\frac{1}{q}} . \overline{z-f}^{-\frac{1}{q}-1} dz$, & quoniam $x^{pq} = \overline{e . z-f}^{p}{}^{-p}$ habebimus $x^{pq} dx = -\frac{e}{q}^{\frac{1}{q}+p} . \overline{z-f}^{-p-\frac{1}{q}-1} dz$.

Sed $\overline{e+f x^q}^{K+p+\frac{1}{q}} = \overline{ez}^{K+p+\frac{1}{q}} : \overline{z-f}^{+K+p+\frac{1}{q}}$.

Ergo $x^{pq} dx : \overline{e+f x^q}^{K+p+\frac{1}{q}} = -\frac{e}{q}^{\frac{1}{q}+p} . \overline{z-f}^{-\frac{1}{q}-p-1} \overline{ez}^{-K-p-\frac{1}{q}} dz . \overline{ez}^{K+p+\frac{1}{q}} dz . \overline{z-f}^{K+p+\frac{1}{q}} = -\frac{e}{q}^{\frac{1}{q}+p} . \overline{ez}^{K-p-\frac{1}{q}} dz . \overline{z-f}^{K-1}$. Quæ Formula ut ſupra diximus integrabilis eſt. Q. E. D.

Corollarium Primum.

Poſito $p = o$ habebitur $dx : \overline{e+f x^q}^{K+\frac{1}{q}} = -\frac{e}{q}^{\frac{1}{q}} \overline{ez}^{-K-\frac{1}{q}} dz . \overline{z-f}^{K-1}$. Ex quo patet Theorema Primum eſſe caſum ſpecialem ſecundi.

Corollarium Secundum.

Manifeſtum fit ex demonſtratione quam attulimus cujuſcumque numeri valorem tribui poſſe ipſi p hoc eſt affirmativi, negativi, integri, fracti rationalis, nec limitandum ejus valorem ad integrum affirmativum.

Theorema Tertium.

$\int x^{Kq-1} dx : \overline{e+f x^q}^{K-\frac{1}{q}}$ eſt algebraicè quadrabilis.

Demonſtratio.

Supponatur $e+f x^q = z$. Ergo radice q extra-

cta

Eta $x = \overline{z - e}^{\frac{1}{q}} : f^{\frac{1}{q}}$. Ergo ad potentiam $Kq - 1$ æqualia elevando $x^{Kq-1} = \overline{z-e}^{K-\frac{1}{q}} : f^{K-\frac{1}{q}}$ ſumptiſque differentiis in æquatione $x = \overline{z-e}^{\frac{1}{q}} : f^{\frac{1}{q}}$ erit $dx = \frac{1}{q f^{\frac{1}{q}}} \cdot \overline{z-e}^{\frac{1}{q}-1} dz$. Ergo $x^{Kq-1} dx = \frac{1}{q f^{\frac{1}{q}}} \cdot \frac{\overline{z-e}^{K-\frac{1}{q}}}{f^{K-\frac{1}{q}}} \cdot \overline{z-e}^{\frac{1}{q}-1} dz = \frac{1}{q f^K} \overline{z-e}^{K-1} dz$. Quoniam vero $\overline{e + f x^q}^{K-\frac{1}{q}} = z^{K-\frac{1}{q}}$. Ergo $x^{Kq-1} dx : \overline{e + f x^q}^{K-\frac{1}{q}} = \frac{1}{q f^K} z^{-K+\frac{1}{q}} dz \cdot \overline{z-e}^{K-1}$. Quæ algebraicè quadrabilis eſt. Q. E. D.

Theorema Quartum.

$\int x^{Kq-1} dx : \overline{e + f x^q}^{K+p-\frac{1}{q}}$ eſt algebraicè quadrabilis.

Demonſtratio.

Fiat hic quoque $e + f x^q = z$. Ergo $x = \overline{z-e}^{\frac{1}{q}} : f^{\frac{1}{q}}$, & $x^{Kq-1} = \overline{z-e}^{K-\frac{1}{q}} : f^{K-\frac{1}{q}}$. Ergo $dx = \frac{1}{q f^{\frac{1}{q}}} \cdot \overline{z-e}^{\frac{1}{q}-1} dz$, & $x^{Kq-1} dx = \frac{1}{q} \overline{z-e}^{K-1} dz : f^K$. Quare cum $\overline{e + f x^q}^{K+p-\frac{1}{q}} = z^{K+p-\frac{1}{q}}$ erit $x^{Kq-1} dx : \overline{e + f x^q}^{K+p-\frac{1}{q}} = z^{-K-p+\frac{1}{q}} \overline{z-e}^{K-1} : q f^K$. Ergo &c. Q. E. D.

CO-

Corollarium.

NOn abs re erit animadvertere tertium Theorema caſum quoque eſſe ſpecialem quarti, poſito enim $p = o$ in quarto habetur formula tertii. Advertendum quoque eſt ſumi poſſe pro p quemlibet numerum, integrum, fractum affirmativum, ſive negativum, nec Theorematis veritati nihil obſtare, ſi in exponente quantitatis $e + f x^q$ pro $-\frac{1}{q}$ eſſet $+\frac{1}{q}$.

Scholium.

DIctorum Theorematum formulæ omnes in generali hac comprehenduntur $x^m dx : \overline{e+fx^q}^n$, atque ex illis quælibet hujus tantum caſus præcipuus eſt; Formula $x^m dx : \overline{e+fx^q}^n$ generaliter integrationem non admittit quocumque ſumpto valore per m, q, n, nihilominus quadam inter exponentes proportione ſervata abſolute quadrabilis evadere poteſt. Duplici caſu hoc fit, ſive $x^{-\frac{1}{q}-1-\frac{m}{q}}$ ſit integer affirmativus, ſive hujuſmodi ſit $\frac{1}{q}-1+\frac{m}{q}$. Utrumque haud difficulter demonſtratur ac quod ad primum ſpectat.

Sit $e+fx^q = zx^q$. Ergo $x^q = e:\overline{z-f}$, & $x^{m+1} = e^{\frac{m+1}{q}} \cdot \overline{z-f}^{-\frac{m+1}{q}}$. Ergo $x^m dx = -\frac{1}{q} e^{\frac{m+1}{q}} \cdot \overline{z-f}^{-\frac{m+1}{q}-1} dz$. Sed $e+fx^q = ze:\overline{z-f}$. Ergo $\overline{e+fx^q}^n = z^n e^n : \overline{z-f}^n$. Ergo $x^m dx : \overline{e+fx^q}^n = -\frac{1}{q} e^{\frac{m+1}{q}-n} z^{-n} dz \cdot \overline{z-f}^{n-\frac{m+1}{q}-1}$.

Sed exiſtente $n - \frac{m-1}{q} - 1$ numero integro proxima formula integrabilis eſt. Ergo &c.: Q.E.D.

Ecquidem in primo Theoremate $n = K + \frac{1}{q}$, & $m = o$. Ergo $n - \frac{1}{q} - 1 = K + \frac{1}{q} - \frac{1}{q} - 1 = K - 1$ integer affirmativus cum hujuſmodi K ponatur. In ſecundo Theoremate $n = K + p + \frac{1}{q}$, & $m = pq$. Ergo $n - 1 - \frac{m}{q} - 1 = K + p + \frac{1}{q} - \frac{1}{q} - p - 1 = K - 1$ ut ſupra. Quod quidem requiri diximus ad generalis formulæ integrationem.

Ad alterum venio, fiatque $e + fx^q = z$. Ergo $x^{m+1} = \overline{z - e}^{\frac{m+1}{q}} : f^{\frac{m+1}{q}}$, ſumptiſque differentiis $x^m dx = \frac{1}{q} \overline{z - e}^{\frac{m+1}{q} - 1} dz : f^{\frac{m+1}{q}}$. Ergo $x^m dx : \overline{e + fx^q}^n = \frac{1}{qf^{\frac{m+1}{q}}} z^{-n} dz \cdot \overline{z - e}^{\frac{m+1}{q} - 1}$ quæ quidem formula quadrabilis abſolutè erit dummodo $\frac{m+1}{q} - 1$ ſit integer affirmativus. Ergo &c. Q.E.D.

In tertio, & quarto Theorem. hæc obſervatur conditio; eſt enim in utroque $m = Kq - 1$. Ergo $\frac{m+1}{q} - 1 = K - \frac{1}{q} + \frac{1}{q} - 1 = K - 1$.

Obſervandum, quod aliquando formulæ, quas diximus integrabiles fiunt ex accidenti tranſcendentes, ſi in ipſis inveniatur fluxio $x^{-1} dx$, quæ ut notiſſimum eſt non niſi per logarithmos abſolvitur.

Theorema Quintum.

$\int x^{pq} dx : \overline{e + fx^q}^n$ dependet a quadratura hujus $\int dx : \overline{e + fx^q}$.

De-

Demonſtratio.

Fiat $x^{pq-q+1} : \overline{e+fx^q}^{n-1} = z$. Ergo differentias ſumendo $dz = pq-q+1 \cdot \overline{e+fx^q}^{n-1} \cdot x^{pq-q} dx - fq \cdot n-1 \cdot \overline{e+fx^q}^{n-2} \cdot x^{pq} dx : \overline{e+fx^q}^{2n-2} = pq-q+1 \cdot x^{pq-q} dx : \overline{e+fx^q}^{n-1} - fq \cdot n-1 \cdot x^{pq} dx : \overline{e+fx^q}^{n}$. Ergo $x^{pq} dx : \overline{e+fx^q}^{n} = -dz : fq \cdot n-1 + pq-q+1 \cdot x^{pq-q} dx : fq \cdot n-1 \cdot \overline{e+fx^q}^{n-1}$. Ergo $\int x^{pq} dx : \overline{e+fx^q}^{n} = -z : fq \cdot n-1 + \int pq-q+1 \cdot x^{pq-q} dx : fq \cdot n-1 \cdot e+fx^q$.

Sit modò $pq-q+1 \cdot x^{pq-2q+1} : fq \cdot n-1 \cdot e+fx^q \overline{}^{n-2} = y$. Ergo differentiando $dy = \frac{pq-q+1}{fq \cdot n-1} \cdot pq-2q+1 \cdot x^{pq-2q} dx - fq \cdot n-2 \cdot x^{pq-q} dx : \overline{e+fx^q}^{n-1} \cdot \overline{e+fx^q}^{pq-q}$. Ergo $pq-q+1 \cdot x^{pq-q} dx : fq \cdot n-1 \cdot \overline{e+fx^q}^{n-1} = -dy : fq \cdot n-2 + \frac{pq-q+1}{ffqq \cdot n-1 \cdot n-2} \cdot pq-2q+1 \cdot x^{pq-2q} dx : \overline{e+fx^q}^{n-2}$.

Ergo $\int pq-q+1 \cdot x^{pq-q} dx : fq \cdot n-1 \cdot \overline{e+fx^q}^{n-1} = -y : fq \cdot n-2 + \int pq-q+1 \cdot \frac{pq-2q+1}{ffqq \cdot n-1 \cdot n-2} \cdot x^{pq-2q} dx : \overline{e+fx^q}^{n-2}$. Ergo $\int x^{pq} dx : \overline{e+fx^q}^{n} = -z : fq \cdot n-1 - y : fq \cdot n-2 + \int \frac{pq-q+1}{ffqq \cdot n-1 \cdot n-2} \cdot pq-2q+1 \cdot x^{pq-2q} dx : \overline{e+fx^q}^{n-2}$.

hoc eſt $\int x^{pq} dx : \overline{e+fx^q}^{n} = -x^{pq-q+1} :$

$$fq \cdot \overline{n-1} \cdot \overline{e+fx^q}^{n-1} \text{ — } \overline{pq-q+1} \cdot x^{pq-2q+q} : ffqq \cdot \overline{n-1} \cdot \overline{n-2} \cdot \overline{e+fx^q}^{n-2} + \int \overline{pq-q+1} \cdot \overline{pq-2q+2} \cdot x^{pq-2q} dx : \overline{e+fx^q}^{n-2}.$$

Hac repetita operatione pervenietur ad Summatoriam ſequenti modo expreſſam $\int \delta x^{pq-mq} dx : e+fx^q$ in qua $m = n-1$, & δ pro quolibet coefficiente ſumitur. Quare formula ſic ſe habebit $\int \delta x^{pq-nq+q} dx : e+fx^q$. Formulam verò hanc dependere a quadratura ſequentis $\int dx : \overline{e+fx^2}$ ſic demonſtro.

Vel p eſt major $n-1$ vel minor. Si major, inſtituatur diviſio ſumpto pro primo diviſoris termino fx^q ut habeatur $\delta x^{pq-nq+q} dx : \overline{e+fx^q} = \frac{\delta x^{pq-nq}}{f} dx - \frac{\delta e x^{pq-nq-q}}{ff} dx + \frac{\delta e e x^{pq-nq-2q}}{f^3} dx$ &c. $\pm \frac{\vartheta}{\overline{e+fx^q}} dx : e+fx^q$. Voco ϑ quemlibet coefficientem per δ, e & f datum. Si vero p minor quam $n-1$ fiat diviſio ſumpto e pro primo diviſoris membro ut ſit $\frac{\delta x^{pq-nq+q}}{e+fx^q} dx = \frac{\delta x^{pq-nq+q}}{e} dx - \frac{\delta f x^{pq-nq+2q}}{ee} dx + \frac{\delta ff x^{pq-nq+3q}}{e^3} dx$ &c: $\pm \frac{\psi}{\overline{e+fx^q}} dx : e+fx^q$ in qua ψ ponitur pro quocumque coefficiente per δ, f, & e dato.

Ergo in primo caſu $\int \frac{\delta x^{pq-nq+q}}{\overline{e+fx^q}} dx = \frac{\delta x^{pq-nq+1}}{pq-nq+1 \cdot f} - \frac{\delta e x^{pq-nq-q+1}}{pq-nq-q+1 \cdot ff}$ &c. $\pm \int \frac{\vartheta}{\overline{e+fx^q}} dx : e+fx^q$, &

in

in ſecundo $\int \frac{\int x^{pq-nq+q} dx}{e+fx^q} = \frac{\int x^{pq-nq+q+1}}{pq-nq+q+1 \cdot e} - \frac{\int fx^{pq-nq+2q+1}}{pq-nq+2q+1 \cdot ee}$ &c. $\pm \int \frac{\dagger dx}{e+fx^q}$.

Ergo debitis peractis ſubſtitutionibus in primo caſu habebimus $\int x^{pq} dx : \overline{e+fx^q}^n = -\frac{x^{pq-q+1}}{fq \cdot n-1 \cdot e+fx^q^{n-1}} - \frac{pq-q+1}{ffqq \cdot n-1 \cdot n-2} \cdot \frac{x^{pq-2q+1}}{e+fx^q^{n-2}}$ &c. $+ \frac{\int x^{pq-nq+1}}{pq-nq+1 \cdot f} - \frac{\int ex^{pq-nq-q+1}}{pq-nq-q+1 \cdot ff}$ &c. $\pm \int \frac{\varphi dx}{e+fx^q}$, & in ſecundo $\int x^{pq} dx : \overline{e+fx^q}^n = -\frac{x^{pq-q+1}}{fq \cdot n-1 \cdot e+fx^q^{n-1}} - \frac{pq-q+1}{ffqq \cdot n-1 \cdot n-2} \cdot \frac{x^{pq-2q+1}}{e+fx^q^{n-2}}$ &c. $+ \frac{\int x^{pq-nq+q+1}}{pq-nq+q+1 \cdot e} - \frac{\int fx^{pq-nq+2q+1}}{pq-nq+2q+1 \cdot ee}$ &c. $\pm \int \frac{\dagger dx}{e+fx^q}$. Ergo cum in hypotheſi Bernoulliana p, & n numeri ſint integri affirmativi, ex quibus p negativus eſſe etiam poteſt, patet aſſertum. Ergo &c. Q. E. D.

Scholium.

DIxi p negativum integrum eſſe poſſe; ſtat enim & in hac hypotheſi Bernoullianum Theorema; namque ſi p negativus integer ſit habetur reductio ut in ſecundo caſu.

Theo-

Theorema Sextum.

$\int x^{-pq} dx : \overline{e+fx^q}^n$ dependet ab ejuſdem quadratura.

Demonſtratio.

Si p affirmativus integer eſt habebitur reductio ut in ſecundo caſu Theorematis ſuperioris. Si negativus integer ut in primo vel ut in ſecundo pro ut $-p$ major, vel minor $n-1$. Ergo &c. Q.E.D.

Theorema Septimum.

$\int x^{pq+l} dx : \overline{e+fx^q}^n$ fluit ex quadratura hujus $\int x^l dx : \overline{e+fx^q}$.

Demonſtratio.

Fiat $x^{pq+l-q+r} : \overline{e+fx^q}^{n-r} = z$. Sumptis differentiis habebimus $dz = \underline{pq+l-q+1} \cdot x^{pq+l-q} dx : \overline{e+fx^q}^{n-r} - \underline{n-1} \cdot qf \cdot x^{pq+l} dx : \overline{e+fx^q}^n$. Ergo ſummando debita peracta tranſpoſitione $\int x^{pq+l} dx : \overline{e+fx^q}^n = -z : qf \cdot \underline{n-1} + \int \underline{pq+l-q+1}_{fq \cdot \overline{n-1}} \cdot x^{pq+l-q} dx : \overline{e+fx^q}^{n-1}$.

Supponatur $y = \underline{pq-q+l+1}_{fq \cdot \overline{n-1}} \cdot x^{pq-2q+l+1} :$

$\overline{e+fx^q}^{n-2}$. Invenietur debitis peractis operationibus $\int \frac{pq-q+l+1}{fq \cdot n-1} \cdot x^{pq+l-q} \frac{dx}{\overline{e+fx^q}^{n-1}} = -y : qf \cdot \overline{n-2} +$

$\int \frac{pq-q+l+1}{qqff \cdot \overline{n-1} \cdot \overline{n-2}} \cdot \frac{e+fx^q}{pq-2q+l+1} \cdot x^{pq-2q+l} \frac{dx}{\overline{e+fx^q}^{n-2}}$.

Ergo $\int x^{pq+l} dx : \overline{e+fx^q}^n = -\frac{z}{fq \cdot n-1} - \frac{y}{fq \cdot n-2}$ $+$

$\int \frac{pq-q+l+1}{qqff \cdot \overline{n-1} \cdot \overline{n-2}} \cdot \frac{pq-2q+l+1}{pq-2q+l+1} \cdot x^{pq-2q+l} dx :$

$\overline{e+fx^q}^{n-2}$.

Iterum atque iterum eadem ac ſupra peracta operatione tandem habebitur Summatoria in forma ſequenti $\int \mu x^{pq-nq+q+l} \frac{dx}{\overline{e+fx^q}^n}$ in qua vel p major quam $n-1$, vel minor. Si major fiat diviſio per fx ut ſit $\mu x^{pq-nq+q+l} dx : \overline{e+fx^q}^n =$ $\mu x^{pq-nq+l} \frac{dx}{f} - \mu e x^{pq-nq-q+l} \frac{dx}{ff}$ &c. $\pm \lambda x dx :$ $e+fx^q$. Si minor inſtituatur diviſio pro e ut habeatur $\mu x^{pq-nq+q-l} dx : e+fx^q = \mu x^{pq-nq+q+l} \frac{dx}{e} +$ $\mu f x^{pq-nq+2q+l} \frac{dx}{ee}$ &c. $\pm \zeta x dx : e+fx^q$. Ergo in primo caſu debitis peractis operationibus $\int x^{pq+l} dx : \overline{e+fx^q}^n = -\frac{z}{fq \cdot n-1} - \frac{y}{fq \cdot n-2}$ &c.

$+ \frac{\mu x^{pq-nq+l+1}}{pq-nq+l+1 \cdot f} - \frac{\mu e x^{pq-nq-q+l+1}}{pq-nq-q+l+1 \cdot ff}$ &c. $\pm$

$\int$

$\int \lambda^{\mathfrak{s}} x^{\mathfrak{s}} dx : \overline{e + f x^{q}}^{n}$. In secundo vero erit $\int x^{pq+1} dx :$
$\overline{e + f x^{q}}^{n} = \frac{- \mathfrak{z}}{fq \cdot n-1} \frac{- y}{fq \cdot n-2}$ &c. $+ \frac{\mu x^{pq-nq+q+l+1}}{pq-nq+q+l+1 \cdot e}$
$- \frac{\mu x^{pq-nq+2q+l+1}}{pq-nq+2q+l+1 \cdot ee}$ &c. $\pm \int \zeta x^{l} dx : \overline{e + f x^{q}}^{n}$.
Q. E. D.

Theorema Octavum.

Sumptis $\mathfrak{s}$, & λ in sensu Taylori erit $\int x^{\frac{\mathfrak{s}}{\lambda}q-1} dx :$
$\overline{e + f x^{q}}^{n}$ quadrabilis per circulum vel hyperbolam.
(Taylorus pro $\mathfrak{s}$ intelligit numerum integrum qualemcunque affirmativum, aut negativum, pro λ vero potentiam quamcunque numeri binarii.)

Demonstratio.

Sit $x^{\mathfrak{s}} = \mathfrak{z}$. Ergo $x^{\lambda q-\lambda} dx : \overline{e + f x^{q}}^{n} = \mathfrak{z}^{\frac{\mathfrak{s}}{\lambda}-1} dx :$
$q \cdot \overline{e + f \mathfrak{z}}^{n}$. Fiat $\mathfrak{z} = u^{\lambda}$. Ergo $\mathfrak{z}^{\frac{\mathfrak{s}}{\lambda}-1} d\mathfrak{z} : q \cdot \overline{e + f \mathfrak{z}}^{n}$
$= u^{\mathfrak{s}-\lambda} du : q \cdot \overline{e + f u^{\lambda}}^{n}$. Methodo supra dicta demonstratur dependere hanc a quadratura sequentis $\mathfrak{s} \cdot u^{\mathfrak{s}-\lambda} du : \overline{e + f u^{\lambda}}^{n}$. Hanc autem a Circuli vel Hyperbolæ quadratura dependere facillime demonstrari potest ex Hermanno, Bernoullio, ac in Tom. 1. Suple: Diarii Italici demonstravit Clarissimus Gabriel Manfredius. Ergo. Q. E. D.

Scho-

Scholium Primum.

IN formula Catholica $x^m dx : \overline{e + f x^q}^n$ prædictorum quatuor Theorematum formulæ continentur. Hanc dependere a circuli, vel hyperbolæ quadratura loco citato demonstravit Manfredus, ac supervacaneam esse Taylori conditionem primus advertit, ita ut pro m, & q quilibet numerus integer fractus, affirmativus, negativus sumi possit existente tamen n integro affirmativo. Quare constat Theor. 5. 6. 7. formulas a dictis quadraturis quoque dependere.

Cum fieri possit ut n sit fractus invenit laudatus Manfredus ad easdem quadraturas superiorem formulam pertinere dummodo $\frac{m-1+q}{q}$ sit integer affirmativus, & ipse addo ab iisdem quadraturis quoque dependere cum $\frac{m+1+q-nq}{q}$ erit affirmativus integer. Asserti hujus demonstratio ex superius dictis colligi potest, nec aliud agendum quam sepe adhibitam instituere æquationem nempe $e + f x^q = z x^q$ ut debitis peractis operationibus conficiatur demonstratio,

Scholium Secundum.

IN Scholio ad Theorema Quartum notavi, quod data formula catholica $x^m dx : \overline{e + f x^q}^n$, si quantitas ex exponentibus conflata $\frac{1-q+m}{q}$ par sit numero integro affirmativo; tunc formula ipsa collo-

canda venit inter analytice integrabiles, adhibita tantum ea, quam ſupra indicavimus exceptione: at ſi prædicta quantitas numero integro, ſed negativo inveniatur æqualis, ad quadraturas circuli, vel hyperbolæ confugere neceſſe eſt; nam eo caſu, ut in ſuperiore Scholio obſervatum eſt, inverſis ſignis oritur magnitudo $\frac{-1+q-m}{q}$ æqualis numero integro, & poſitivo.

Idem obtinet in Canone a nobis invento; nam ſi quantitas $\frac{nq-1-q-m}{q}$ æqualis ſupponatur numero integro affirmativo, formulam dat integrabilem. Si vero par ſit numero integro negativo formula non niſi per quadraturas circuli, ſive hyperbolæ conſtruitur, & tunc ſignis mutatis, oritur ſecunda quantitas $\frac{-nq+1+q+m}{q}$ numero integro poſitivo æqualis, ut in præcedenti Scholio monuimus.

Ad præcedentes Canones pertinent formulæ ſimpliciores $\frac{x^p dx}{e+fx}^n$, vel $\frac{dx}{\frac{1}{e+fx^p}}^n$ dummodo exponentes ſint numeri integri, vel alia $x^{n-p} dx : \frac{1}{e+fx^p}^n$ exiſtente $n-p$ numero integro, ac tandem $dx : e+fx^{\frac{1}{p}+n}$ exiſtente pariter p numero integro, quod animadvertiſſe ſufficiat.

Hoc quoque notandum eſt, miram, & pulcherrimam intercedere connexionem inter ea binomia differentialia quæ analyticam integrationem admittunt, & ea quæ integrantur ex hypotheſi, hoc eſt conceſſis circuli, & hyperbolæ quadraturis. Ab una ad alteram ſpeciem fit tranſitus, dum quantitates ex exponentibus compoſitæ $\frac{n-q+m}{q}$, $\frac{nq-n-q-m}{q}$ (exiſtente

ſtente n numero fracto) quæ numeris integris, ut diximus pares eſſe debent ex poſitivis in negativas convertuntur. Cæterum ſi æquales ſint numero fracto, vel affirmativo, vel negativo, tunc aqua hæret, neque methodus nota eſt, qua vel abſolute integrari poſſunt, vel revocari queunt ad circularem, aut hyperbolicum tetragoniſmum.

Appendix Prima.

HÆc dicta ſint de curvis ad axem relatis: quod ſi de his ſermo ſit; quarum ordinatæ in focum coeunt, ut earum conſtructio ad noſtros Canones revocetur, cautio adhibenda eſt. Sint hujuſmodi curvæ per ſequentem æquationem expreſsæ $\overline{x^m dx : e + f x^q}^n = dy$ (exiſtente n numero fracto) dico, quod ſi exponentes ita componantur, ut quantitas $-\frac{m-1+q}{q}$ ſit par numero integro, reducetur quæſtio ad Canonem Clariſſimi Viri Gabrielis Manfredi. Supponatur curva deſcribenda A C E, Fig. 5. & ducta ad libitum A B, centro A intervallo conſtante A B, quod unitati ponatur æquale deſcribatur arcus circularis B G F, & cum ſit A C, x : C D, dy : : A F, 1 : F G, dz, erit $dy = x^{m-1} dz$; ergo $\overline{\frac{x^m dx}{e + f x^q}}^n = dz$, ſed quantitatis $\overline{\frac{x^m dx}{e + f x^q}}^n$ datur ex hypotheſi integratio ſaltem per memoratas quadraturas, & ſummatoria ipſius dz eſt arcus B G, addito, vel ſubducto, ſi luber, arcu circulari conſtante; ergo x, vel A C data eſt

per arcum B G. Quod ſi congrua adhibita ſubſtitutione magnitudo differentialis $x^{m-1} dx : \overline{e+fx^2}^{n}$ reduci queat ad expreſſionem differentialem arcus circularis datam per Sinum, vel Tangentem, vel Secantem, tunc Curva A C E analytice conſtruitur, quod dudum a Viris Doctiſſimis obſervatum eſt.

Qua ratione ſecundo Canone, de quo in Scholiis præcedentibus, utendum ſit, ex dictis ſatis conſtat.

Si vero exponens n ſit numerus integer poſitivus, aut negativus, in hoc genere curvarum nulla ſuboritur difficultas.

Appendix Secunda:

INde uſque a ſummis initiis Geometriæ, humani ingenii vis, quæ difficillima quæque ſectari atque adamare ſolet, figurarum curvilinearum Quadraturam a cæteris ſecrevit, in quam, veluti in peculiarem quemdam ſcopum ageret, & colliniaret. Inque his Circulus, quæ figura eſt omnium ſimpliciſſima, princeps mathematicorum mentes fatigavit; ab iiſque judicia expreſſit quædam, vel potius aberrationes, quæ ad nos prodita memoriæ pervenerunt. In his Hippocrates Chius, qui primus lunulæ unius tetragoniſmum felicitate illa ingenii cognovit; cum tamen id quod primum in quæſtione poſitum erat, expedire nullo modo potuiſſet; poſteriſque expediundi ſpem inanem reliquiſſet; neſcio an laus ulla, an venia illi ad ignoſcendum tribuenda ſit.

Poſt

Poſt Hippocratem Vir incomparabilis Archimedes commercium promovit inter rectum, & curvum cum Parabolæ Quadratura, cui rei multiplices admirandaſque adjunxit ſpeculationes de Circulo, & Curvis Spiralibus. Mox a planis tranſiit ad ſolida, tantumque inveſtigatione, & ingenio profecit, ut vix pauca ac minuta quædam de Sphera & Conojdum menſura hominibus reliquerit inveſtiganda; primuſque fundamenta jecit theoriæ de Centro Gravitatis. Ab hoc ad Galilæum doctrinam Quadraturæ profeciſſe admodum non invenio; ſi minima quædam demas, quæ leguntur in Collectionibus Mathematicis Pappi Alexandrini; in quibus res traduntur per ſpeciem quamdam analogiſmi. Ubi vero primum litteræ remearunt, exſtitit continuo ſeges ampliſſima pſeudo-Quadratarum circularium, de quibus quidem affirmare hæc licet, geometras minus doctos tum plurimi habitos, cum paralogiſmis hominibus imponerent.

Galilæus Galilæus is princeps fuit, cui methodus indiviſibilium accepta referenda eſt: Qui etſi ſpeculationibus aliis, ſeu potius ſuis calamitatibus diſtractus, quod edidit, educere non potuit, diſcipulum reliquit tamen Bonaventuram Cavalerium, qui libris ſuis, quod magiſter incohaverat, perfecit. Eaque demonſtrandi methodo diu multumque celebriores Europæ mathematici uſi ſunt; quamquam non-nulli exſtiterint, qui vix probarint ſuis vocibus, re tamen atque opere maxime probarunt, cum ex eorum lucubrationibus appareat methodum eamdem & rationem tenuiſſe, quantumvis id celare, & occultare niterentur: quod de Taqueto licet

cet intelligere, ex libro illius, de *Cylindricis*, & *Annularibus*. Hoc animadverto Fermatium in posthumis operibus adhibuisse analysim Vieteam, eaque ratione methodi regiones protulisse, quæ ampliata fuit Guldini observatione de Centro gravitatis.

Eo deinceps Geometræ venere, ut Curvas metirentur per Tangentes, Subtangentes, rectasque alias analogas: Renatus enim Cartesius linearum istiusmodi per omnem Curvam saltem algebraicam ducendarum specimen tradiderat; quod Fermatius deinde auxit; Barowius absolvit. Hac via ingressus doctissimus Hughenius adeo antecellit, ut superiores omnes vicerit mathematicos; inter eos, qui deinde ad nostram hanc ætatem floruerunt, non minimum locum sibi vindicet; cum ea felicitate solius Geometriæ linearis ope infinite parva pertractarit, ut omnes admirentur. Atque is quidem senex, magnopere admiratus, calculum differentialem, ac integralem, tum prodire primum ac nasci vidit, cujus vis tanta fuit, & amplitudo, ut omnes, quotquot aut methodi, aut leges Mathematicæ ante fuerint, comprehenderit, ac superarit; illoque uno viderentur res Geometriæ tantum nactæ, quantum adipisci possent. Quamobrem non dubitavit sese Discipulum profiteri in nova Disciplina, qua una difficillimæ & infinitæ quæstiones dissolvuntur, eæque maxime, quæ vires & ingenia Hominum sapientissimorum superabant.

Adhuc incertum est, an eam methodum primum Angli invenerint, an Germani; nec is ego sum, qui tantam rem dijudicare possim. Quod possum affir-

affirmare, id eſt, ex illa methodo Quadraturarum copiam infinitam erui poſſe; quique diligenter hæc tractat, expenditque, continuo intelligit, quam late pateat; quæque ſit præ cæteris dignitas illius & præſtantia. Summus Vir NeWtonus de *Quadraturis* librum edidit, præter ea quæ tradiderunt eximii Mathematici Leibnitius, Bernoulli utrique, Hoſpitalius, Varignonus, aliique, quibus magni nominis Italus addendus eſt, Abbas Grandi, qui operam dedit ut materiem hanc illuſtraret, quantitates infiniteſimas geometrice pertractando.

Quemadmodum nihil reliqui eſt, quod optandum videatur in Calculo Differentiali; ita in integrali difficultates duæ obiiciuntur, quæ hactenus ab nullo unquam ſuperari potuere. Earum prima eſt incognitas ſeparare, quando in differentialibus æquationibus miſtæ inter ſe ſunt, & confuſæ: in qua re non deſunt Analyſtæ, qui ſtudium operamque ſuam collocent, & conſument. Altera eſt difficultas in eo poſita ut formulæ integrentur, in quibus jam variabiles ſeparatæ ſunt, in eaque ratione primum quæritur, an expreſſio ſit analytice ſummabilis, quod non ita facile conſtitui poteſt. Siquidem id non contingat, id tamen agitur, ut redigatur ad aliquam ſimpliciorem Quadraturam, nempe ad Quadraturam Circuli, vel Hyperbolæ, non tantum quod hæ Curvæ ſunt notiores Geometris, & ſunt minoris gradus, ſed etiam quia proxime habemus earum tetragoniſmum ope reductionis ad ſeriem aliquam, aut ſubſidio Tabularum Sinuum, & Logarithmorum.

Ut prioribus inventis, alia quædam nova adiicerentur, id requiri videbatur, quod factum eſt a

Cl.

Cl. Tayloro Anglo, qui Problema ad Quadraturas ſpectans cunctis Mathematicis non Anglis propoſuit. In Germania, & in Italia Bernoullius, Hermannus, Manfredus diligentem operam navarunt, ut quæſtioni ſatisfacerent. At Manfredus, adhibitis binomiis ipſi optima methodo nos docuit, poſitis exponentibus affirmativis, aut negativis, integris, aut fractis, ut lubet, nunquam confugiendum eſſe ad Quadraturas, quæ altiores ſint, quam Quadraturæ Circuli, aut Hyperbolæ. Progreſſus eſt is, & evehendo binomium ſub ſigno ad dignitatem cujus exponens fractum ſit (quoniam per integrum, nulla erat difficultas, cum reductio inveniatur in libro Newtoni de Quadraturis) tradidit Canonem, quo Canone formulæ innumerabiles revocari poſſunt ad tetragoniſmum Circularem, aut Hyperbolicum. Hermannus protendit ſpeculationes ſuas uſque ad trinommia; & Bernoullius præter ingenioſiſſimam ſolutionem Problematis Taylori expoſuit quædam Theoremata de ea re, cæteris cum relinqueret demonſtrandi onus. Hique tres oſtenderunt, quæſtionem propoſitam ab Tayloro nimio plus reſtrictam eſſe; & theoriæ hujus fines proferri ac dilatari poſſe amplius, quam præſcripſerit Taylorus.

Ego cum ratas veraſque eas res haberem, quas Manfredus docuit, quæque legi poſſunt Tomo II. Supplementi ad Italicum Diarium (quæ vero duo alii memorati Viri tradidere, in Actis Eruditorum leguntur, qui Lipſiæ publicantur) conatus ſum, ut communi beneficio Theoremata Bernoulliana demonſtrarem.

Sed

Sed ne videar aliena tantum promere; atque afferre, id egi, ut ei Canoni, quem Manfredus protulit, quique exponentia fracta continet binomii ſub ſigno, novum quemdam a me inventum adjeci itidem generalem, ut ille eſt, de quo quod ſciam, nemo adhuc verba fecit, cujus vis eſt maxime, ut materiam hanc quodammodo amplier.



PROLUSIO

Habita in Gymnaſio Patavino

Anno MDCCXX. Menſe Januario.

CORAM

DANIELE 3.° DELPHINO

EQUITE

URBIS PRÆTORE.



Uod officii mei ratio primum hoc tempore jure æquiſſimo videtur a me poſtulare, ut non prius ex hoc ampliſſimo loco verba faciam, quam iis, qui me ad hanc honoris Sedem non-niſi eruditiſſimis patere ſolitam ſingulari beneficentia provexe-

runt,

runt, non obſcure aut tacite, ſed publica quadam grati animi ſignificatione teſter voluntatem meam; id ſtatim exequor hodierna die, qua primum datur mihi conſpectum veſtrum, frequentiamque ſubire. Sentio plane quam honorificum de me judicium fecerint Rei Litterariæ TRIUM-VIRI Amplissimi, cum de me tali tantoque munere exornando ad SENATUM retulere: Sentio itidem quantum gloriæ ex AUGUSTI SENATUS VENETI auctoritate, qua judicium hujuſmodi ratum firmumque fuit, in me redundarit; præſertim cum ſæpe mecum reputo Clementiſſimos, Munificentiſſimoſque Patres non quidem ad ingenii mei præſtantiam, non ad eruditionis copiam, quæ ſunt in me perexigua; non denique ad uſum aliquem diu corroboratum, & ad experientiam longam aliquam reſpexiſſe, cum de hac mihi demandanda provincia cogitarunt: ſed unius dumtaxat ſtudioſæ voluntatis meæ rationem habuiſſe; ſtudioſæ, inquam, voluntatis ad phyſicas mathematicaſque Diſciplinas, quantum per ætatem licuit (abſit dicto invidia) propenſiſſimæ, ut non jam editos a me fructus probatæ doctrinæ, ſed primos quodamodo flores in ſpem aliquam ubertatis aſſurgentes ante oculos habuiſſe videantur. Quo fit, ut efuſiſſimæ erga me Patrum Ampliſſimorum beneficentiæ, quam ne verbis quidem explicare queam, neque referre gratias, neque agere pro dignitate me poſſe unquam noſcant qui ſapiunt, tum optime etiam noſcant, quantum officii ſuſtineam, iidem ipſi qui tam ingens beneficium contulerunt. Quapropter id unum, quod poſſum, facio, faciamque quoaduſque lucis uſura frui datum erit: AUGUSTO

VENETORUM SENATUI, totique Ampliſſimo TRIUM-VIRUM Litterariorum ORDINI me perpetuo devinctum palam profitebor, collatumque mihi beneficium iſtud eximium ac ſingulare memoria recolam ſempiterna.

Commodum vero dicenti mihi hoc ades tempore Patavinæ Urbis Moderator Equiſſime, DANIEL DELPHINE EQUES, ac SENATOR Ampliſſime, gloria & ornamentum Patritiæ Gentis tuæ, tot tantiſque Majorum Inſignibus domi foriſque Clariſſimæ, tum vero Litterarum fama Celeberrimæ, ad Summum etiam Reip. Faſtigium, non ſemel ad Sacras item Infulas Purpuraſque Romanas Evectæ; Serie demum quadam Heroicorum Virorum minime Interrupta Fœcundiſſimæ, quam quidem tu nova Meritorum Tuorum Acceſſione Cumulas. Quanta, inquam, humanitate ades mihi SENATOR Egregie, cujus in vultu SERENISSIMÆ REIP. MAJESTATEM præſentem intueor, ac ſumma veneratione proſequor, ut qui modo voces haſce meas grati animi teſtes benigne excipis, eas ipſas, quod enixe rogo, atque obſecro ad AUGUSTI SENATUS Aures Auctoritatis, ac Dignitatis tuæ Teſtimonio ſuffultas aliquando perferas. Quod ſi impetrem putabo mecum actum ſplendidiſſime, pulcherrimeque.

Nunc quæ futuræ ſint impoſiti nobis Muneris partes, quæ dignitas, quæ utilitas, quæque jucunditas pertractandæ materiæ, propoſito ſpecimine aliquo (ut ſtudioſæ Juventutis animi ad capeſſenda Meteorologica alacrius inflammentur) more Majorum breviter exponam ac explicabo. Et primo quidem non adeo in anguſtum redigendos arbi-

tror

tror Meteorologiæ fines, ut ea ſolum quæ in aere apparent, ac fiunt, ſuntque ſola, quæ vulgo dici Meteora, vel Ariſtotele ipſo Auctore conſuevere, contempletur Meteorologia noſtra: ſed ulterius extendendos judico, ut illa etiam quæ ſive in Ethere, ſive in Cœlo cernuntur, cum Sydera, tum quæ varia iis accidunt phœnomena, veluti propriam ſibique ſubjectam materiam longe lateque comprehendat. Quidquid enim ab extima terræ ſuperficie ad ſuprema nobis conſpicua loca uſque protenditur, Meteorologicæ conſiderationi ſubjecit olim non ignobilis Philoſophus Epicurus, cujus ſententiæ cum Viris doctiſſimis adſtipulandum puto, præſertim cum non Meteororum dumtaxat, verum etiam Aſtronomiæ ſimul tractatio mihi fuerit demandata. Hæc igitur tam longe lateque patens Diſciplina, non alio mihi nomine, quam eximiæ pulchritudinis videtur commendanda. Quare relictis argumentis, quæ a dignitate nimirum, ab utilitate, a jucunditate jam ducta a Viris doctiſſimis fuere ad præconium hujuſce Diſciplinæ, ab una ſolum pulchritudine Meteorologiæ laudem omnem in præſentia cenſeo repetendam. Equidem, cum dicimus pulchrum, id profecto dicimus, quod ſit in ſuo genere optimum atque perfectum, quod proinde mentem approbantem ſtatim ad ſe trahat, & videntis animum delectatione perfundat. Porro cum Meteorologiæ ſubjecta materia, quæcumque illa fuerit, eximiam iſtiuſmodi pulchritudinis ideam, ut mox oſtendam, mirifice exhibeat, fieri non poteſt, quin Meteorologia ipſa, quæ tantas pulchritudinis cauſas inveſtigat, atque efferta cognoſcit, dicenda ſit & ipſa pulcherrima.

An-

Antequam vero per ſingula diſcurro, & peculiarem Meteororum pulchritudinem demonſtro, notas quaſdam, characterеſque pulchritudinis generatim, quibus facile agnoſci poſſit, & unde ſit, & quid ſit pulchrum illud, quod mentis noſtræ aſſenſum cogit, & quo noſter delectatur animus, breviter exponam. Quinque autem veluti notis characteriſticis inſignitum eſſe oportere quidquid revera pulchri nomine cenſetur, *varietate* nimirum *uniformitate*, *harmonia*, quam regularitatem vulgus appellat, *ordine* item, & *proportione* nemo non fatebitur, qui unde ſit in rebus pulchris vis illa delectandi trahendique animum paulo attentius inveſtigaverit. Pulchrum itaque illud erit, quod varium ſimul, & uniforme, harmonicum item, ordine, ac proportione concinnatum eſt. Varietas enim ſciendi cupiditatem incendit, impellitque ad cognoſcendum illud unum, in quo varia fiunt unum, & ſimul diverſa colliguntur. Nam ne varietate nimia fatigetur animus, occurrit inter varia uniformitas quædam in ipſa diverſitate continuo elucens, ut quæ varietate agitatur cognitio, in uniformitate tantiſper quieſcat. Quo fit ut varietas ad uniformitatem redacta harmoniam primo pariat, ſive diſſimilium, ſimiliumque concordiam, tum ordinem, & analogiam, quæ comparatio proportioque a Tullio appellatur. Ordo enim facit, ut eo loco totius inter ſe partes aptæ ſint, & colligatæ, quo unaquæque earum appetit eſſe; ex quo tandem proportio exurgit, unde exiſtit omne pulchrum, & totius pulchritudinis complementum. Habetis itaque A. O. univerſalem pulchritudinis ideam propriis notis, ſtrictim ſane, ſed di-

Crouſa. Tract. de Pulch.

dilucide, ut arbitror, quantum ſatis ad inſtitutum noſtrum, expoſitam, atque explicátam: planeque intelligitis veram eſſe Divi Auguſtini ſententiam; *nos videlicet* (inquit Sanctiſſimus Pater) *id, quod attingimus ſenſibus corporeis probare, aut improbare non poſſe, niſi in nobis quaſdam habeamus pulchritudinis leges, ad quas quæ pulchra ſentimus exterius referamus.* Age vero nunc ad haſce interioris pulchritudinis regulas ſubjectam Meteorologicæ Diſciplinæ materiam, unuſquiſque veſtrum mecum expendat A. O. ut ea, quæ ab hac noſtra facultate conſiderantur, propria, ſingulari eximiaque pulchritudine prædita eſſe deprehendamus. *Lib. 1. de Liber. Arbit.*

Ecquis autem (ut a notioribus, quæ adeo certiora videri ſolent exordium ſumam) ecquis, inquam, non admiretur Meteororum *Varietatem* vere mirabilem, ubi ad varios, eximieque inter ſe temperatos in Iride colores animum adverterit; præſertim cum uno eodemque temporis momento non unam, ſed plures e regione oppoſitas Irides, unam tamen eamdemque varietatem geminantes intueatur? Ecquis illam pariter variam in Parheliis colorum gradationem quamdam non ſuſpiciat? modo quæ ab oculis nunciantur, ratione atque animo ſcite judicet, ac quaſi videat, animadvertatque, ſemel ac materia tanta, ac talis exiſtat, quæ varie reflexum, refractumque lumen reddat? Ex reflexionis hujuſmodi, refractioniſque varietate varios itidem colores exurgere, quos vel Occidente Sole quotidie videmus, ſumma admiratione dignos, niſi frequentia & aſſiduitate viluiſſent? Adeo enim, ut ajebat Philoſophus ille, *naturale eſt magis nova quam magna mirari, ita etiam compoſiti*

ſu-

ſumus, ut nos quotidiana etiamſi admiratione digna ſint, tranſeant: contra minimarum quoque rerum, ſi inſolitæ prodierunt, ſpectaculum dulce fiant. Neque vero admirari ſubit in hujuſmodi dumtaxat coloribus, quos apparentes poſſumus nuncupare, mirabilem tantam varietatem, quando hanc ipſam conſtanter exhibeant, etiam ii colores, qui diu perſtant, atque perdurant. Habent enim & errantia Sydera varios colores ſuos, ut ii, qui hæc docte obſervata, adhibentes ſuperſtitioſius, eorum ſingula ſingulis Metallis præfecerint, ob ſimilem in illis atque in Metallis colorum varietatem. Quid? quod non ſolum vario inter ſe differre colore errantes ſtellas, ſed etiam unamquamque a ſemetipſa, coloris varietate aliquando diſtingui obſervatum; ut conſtat ex quibuſdam ſingulorum Planetarum partibus, quos quidem quod obſcuriores ſint, iccirco maculas appellare conſuevimus. Sed quorum circa unam dumtaxat colorum varietatem hæremus? Ipſum lumen, lumen ipſum, quod eſt vel colorum parens, vel certe vehiculum, non-ne ſumma varietate præditum eſt, modo remiſſius, intenſius modo, modo efficacius, modo debilius? Lumen profecto eſt idemque varium, & quod in fulgure errat, & quod boreales, ut ajunt, Auroras efficit, & quod phœnomena Meridionalia, quorum unum elapſo anno excurrere vidimus, accendit. Lumen tandem eſt, quod ſplendere aliquando ſolet, ſive oriens e Mari, ſive e Terræ ſuperficie in Orbis figuram redactum, igniſque fatuus appellatur. Ecquid inde tam varium, ut paulo altius oculos attollamus, quam Solis ipſius lumen, varia ratione ac Stellarum fixarum lumen nos afficit.

cit. Ut varium ſeſe oſtendit a directo reflexum lumen Planetarum, a quorum lumine, mirum quantum diſtat, & quod in Cometis, & quod in harum Caudis effulget. Mira itaque diverſitas Naturæ in ſublimibus Meteoris, mira in iis omnibus, quæ ſublimia circumſtant, lucis varietas; cujus varietatis manifeſtum indicium faciunt temporis, annique tempeſtates variæ ſublunaribus Meteoris reſpondentes. Et Meteora ipſa una eademque tempeſtate ſæpe numero varia, & aliam die, aliam nocte faciem induere ſæpe videntur. Ex quibus diſcimus varium operandi Naturæ modum in ipſis majoribus etiam operibus, ut in Planetarum motibus, cum quot iſti ſunt, tot appareant temporum varietates, quibus Orbitas ſuas ipſi Planetæ percurrunt. Hinc varia atque miranda phœnomena Planetarum, qui itinere ſuo nunc celerius, nunc tardius Finitorem noſtrum aſcendunt, aut infra ipſum ſe condunt, modo ſolaribus radiis ſeſe immergunt, modo ſe expediunt ab illis, & quodam modo in Cœli apertum erumpunt. Quod quidem de regularibus, ut ita dicam, Planetis intelligendum volumus, nam irregularium, atque inſuetorum cujuſmodi Cometæ haberi ſolent, tam multi, tamque varii motus ſunt, ut ne recenſeri quidem omnes hactenus potuerint. Oh mira igitur, & incredibilis Meteororum varietas, ut ne momentum quidem diei, noctiſve unum aliquando excurrat, quo varia Cœli facies non novum aliquod intuentium oculis ſpectaculum exhibeat, idemque pulcherrimum!

Verum ad pulchritudinis cumulum varietati tantæ accedit in Meteoris perfecta illa *Uniformitas*,

qua rerum omnium Auctor Omnipotens ad unum veluti centrum tot ac tanta diverſa redegit. Sint enim, ut dicebamus, varii in Iride colores, hæc ipſa varietas adeo una eademque conſtanti lege continetur, ut & roſcidarum nubium, & ſolarium radiorum, & intuentium oculorum poſitus perpetuo uniformes ſibi aſciſcat, adeout ſi quis Naturam hoc in negotio imitari, quodamodo ſciat, ut ea omnia ſimul ponat quæ diximus, hic dubio procul, arte ſua mirificas Irides efformaverit. Uniformitas eadem in Parheliis ponenda eſt apertiſſime: nam ſi materia omnis, ex qua illa fiunt circa Solem æque diſpoſita minime fuerit, haud integra emergent, neque apparebunt, niſi quando ad juſtos refractionis, reflexioniſque angulos radii ſolares refracti conſpiciantur. Fiunt hæc una eademque conſtanti lege, qua Naturæ uniformis agendi modus in ipſa rerum varietate deprehenditur; cum omnia ad eorundem principiorum unitatem facillime reduci poſſunt, atque ad hanc uniformem agendi methodum variæ etiam luminum reflexiones referuntur, unde ortum habent colores varii Planetarum ſemper iidem, cum ab ipſorum ſuperficie ſolares radii reflectuntur; ut ſuperficierum varietati, æque variæ reflexiones reſpondeant, a quibus maculæ, quas in ipſis videmus, oriuntur. Mirifica ſane uniformitas, quam in Meteoris natura ſervat, quæ facit, ut a colore color, macula a macula in Planetis ipſis utique differat; ſed tanta diverſitas ab uniformi lege, qua colores a lumine producuntur, uniformiter proficiſcatur. Mirifica, inquam, uniformitas, eo mirabilior, quod non ſolum luminis ope productos colores ad unum re-

vocat, verum etiam ad unum adducit ipſius luminis quantitates. Fulgura, quæſo vos Auditores, pauliſper animadvertite: non-ne perpetuo ſervatur lex inter materiam, quæ accenditur, & lumen quod in ipſa corruſcat? Creſcit iſtud decreſcitque eadem menſura cum materia, atque motu, a quo generatur. Uniforme eſt igitur quodcumque in Meteoris admiramur: quod quidem nobis perſuadet naturalis ratio, qua optima quæque tametſi in ſuo genere varia, ut facilitati, atque utilitati ſerviant, uniformem operandi modum exquirunt. Perſuadet item experientia ipſa, & earumdem rerum contemplatio perpetua conſtantique inductione omni ex parte firmata. Etenim, ut ſingula, quæ ſupra attigi, breviter percurrat oratio noſtra; quod ſtatis anni temporibus varia, atque varia oriri Meteora cernimus, id profecto uniformem in ipſa-met varietate Meteororum generationem oſtendit, qua ſingulis quibuſque annis iidem Meteororum circuitus perficiuntur. Hoc quidem in dies magis magiſque poſteris noſtris patebit; quemadmodum nobis non-nulla majoribus noſtris penitus ignorata patuerunt. Nam, cui unquam illorum perſuaſum eſſe potuiſſet, pluvias tam varie cadentes quamproxime eadem quolibet ferme anno cadere quantitate, ſi recte hoc de negotio ſubducta ratio fuerit? Quis eorum credidiſſet ab æſtivis menſibus imbrium copia hyemales omnes ſuperari? Ecquis tandem non gravem dumtaxat aerem, ſed illum etiam iiſdem reliquorum gravium fluidorum legibus obnoxium affirmaſſet, aliiſque legibus virium ſeſe reſtituendi, ſi comprimatur; quæ vires elaſticæ, Antiquis Philoſophis certe ignotæ, nuncupan-

tur? Sunt tamen hæc, & quamplurima adeo nunc perſpecta, & cognita, ut ab uniformi Meteororum ſublunarium varietate ad ſuperiora nondum obſervata conjectura non levi percipienda gradum facientes, eumdem in Sublimibus uniformem in varietate modum aliquando cognoſcere poſſimus. Quapropter minime profecto rem a veriſimilitudine abhorrentem dicet, qui cum Clariſſimo Newtono varios Planetarum circuitus uniformes dixerit ab una gravitatis lege directos, quæ Planetas ſingulos proprias inter Orbitas rectiſſime concludit. Quod tamen veterum Pythagoræorum Simbolo Do-

Prefa: ad Elem: Aſtron: Phyſ. ctiſſimus Gregorii ſuſpicatur fuiſſe adumbratum: quo Apollinem Lyram ſeptem chordarum pulſare finxerunt; intelligentes nimirum, ut ex Plinio, Macrobio, & Cenſorino conſtat, Solem cum ſeptem Planetis, illum nempe Hebdamogetam, & Naturæ Moderatorem conſtitutum vi ſua agere in Planetas, (quem ideo Jovis carcerem vocabant,) quia nempe Planetas in Orbitis ſuis hac vi retinet in ratione illa harmonica diſtantiarum.

Sed jam quæ dicta ſunt, illuſtriora fient tertio illo pulchritudinis charactere, quem *Harmoniam* appellamus, quemque producit varietas ipſa cum uniformitate conjuncta. Aſpicite, quæſo vos Auditores, Meteororum omnium ſedes item diſpoſitas, ut nullum alterius ſtationem interturbet, ſed Meteora ſingula in præfinitum ſibi ipſis propriumque ſcopum collineent: ut Maris fluxus Lunæ Soliſque motibus ex æquo reſpondeat: ut æque ad efformandas nubes aquæ ſurſum aſcendant, deſcendantque roris, pluviæque in morem, ut Terræ fœcunditati ſerviant, ac Fluminibus, Fontibuſque

pe-

perennes latices ſubminiſtrent. Aſpicite Elementorum Symetriam, & mirabile temperamentum; ut ex iis (quamvis longe contrariis elementa ſint proprietatibus affecta) harmonicum quoddam Syſtema conſurgit quaſi majoribus minoribuſque modulis concinnatum; cujus in Orphei tetrachordo (cum Philoſophia per fabulas tradebatur) inſtitutum fuit exemplum. Quæ quidem cum aſpicitis, intelligitis probe Auditores, Philoſophos veteres, qui hujuſmodi in Meteoris harmoniam non agnoverunt aliquo in errore fuiſſe verſatos; recentiores contra hujuſce harmoniæ ductu multa videre mirabilia, & plura fortaſſe viſuros poſteros noſtros, quæ in imbrium, ventorumque conſtanti geneſi ſeſe offerunt contemplantibus. Nos vero Deum Optimum Maximum appendiſſe aquas in menſura, poſuiſſe legem pluviis, feciſſe ventis pondus fateri cogimur omnino. Quid? quod eſt & ſua quoque Stellis harmonia, qua non oculi ſolum, ſed animus etiam noſter in hujuſce optime compoſiti Syſtematis contemplatione delectatur: nam ſunt & alii circa primos Planetas Orbes quidem, alia a noſtro Syſtemate Syſtemata efformantes, quæ demum omnia cingit, & coercet indefinitus Cœli complexus. Planetæ principes proprias Orbitas circumagentes harmonice Solem ambiunt, ſecundi vero ordinis Planetæ, quos Satellites dicimus, circum Planetam principem etiam volvuntur harmonice; ut leges motuum cœleſtium Kepplerianæ ab doctiſſimo quoque ætate hac noſtra receptæ cognitæque oſtendunt. Atque adeo verum eſt harmonicam quamdam eſſe cœleſtium rerum conſtitutionem, ut qui veram ignoraverunt, aliquam tamen

(etſi

(etſi alius generis) fingere voluerint. Et eſſet hic locus, Auditores, Pythagoræorum ſententiæ de cœleſti harmonia commemorandæ, niſi illam ſatis ſuperque notam feciſſent cum veteres, tum recentiores Philoſophi, qui aliquid de Sphærarum harmonia litteris prodiderunt. Extant præclara hujus rei teſtimonia Tullii in *Somnio Scipionis* Cenſorini in de *Die Natali* aureo libello, tum Petri Gaſſendi, aliorumque, qui in ore omnium, manibuſque verſantur.

Nos igitur unum *Ordinem* in Meteoris ex harmonia manantem veluti quartam pulchritudinis notam ſplendidiſſimam in iis paulo attentius aſpiciamus. Et ſane quam mirificus Meteororum ordo! quinam aer nobis propinquior? profecto qui craſſior, quippe qui animantibus utilior, magiſque neceſſarius. Huic quinam aer ſuperſtat? ille qui gignendis nubibus, pluviis, aliiſque utilibus Meteoris accomodatior. Supremum denique locum obtinet aer ille, qui rarior puriorque, quique cæteris ſuperimpoſitus tantum ponderis addit, quantum rerum conſervationi eſt neceſſarium. Oh mirificum igitur aeris ordinem tanta cum utilitate conjunctum! Et quod attinet ad Aſtra diſtantia nihil obſtat, quominus optimum illorum ordinem intueri ac perſpicere poſſimus. Etenim videmus Sydera, quæ lumen a Sole mutuari omne debent, Soli propinquiora, quæ vero ab iſto diſtant, nec ſatis a Sole luminis accipere poſſunt, iſtud ab Aſtris aliis comitibus ſuis per reflexionem tranſmiſſum quantum ſatis accipiunt; quemadmodum Lunæ Joviales Jovis Aſtro communicant. Tanto itaque rerum natura parens librati ordinis amore ducitur,

ut plures assidere Lunas Planetis remotioribus perfecti ordinis lege stabiliverit. Quo fit ut Jovi quattuor (quemadmodum dicebamus modo) famulentur Lunæ, Saturno vero, ut remotiori, quinque additusque ei Annulus, qui plurium Lunarum vice fungatur. Quæ cum ita sint; quis non miretur rectissimum sublimium rerum ordinem, qui pulchritudinem pariat summæ utilitatis sociam, unde animus contemplantis Meteora delectatione summa perfundatur?

Verum jucundissimam hanc Meteororum doctrinam magnopere perficit summa illa sublimium rerum *Proportio*, quæ ultimam eamdemque summam pulchritudinis notam mirabilirer absolvit. Proportio enim, quæ ex uniformi varietate, rectoque ordine, atque harmonia proficiscitur, ut hæc ipsa præstabilita harmonia superiora inter, & inferiora corpora sarta tecta servetur, est admodum necessaria: hinc est ut nullus sit in Meteoris motus non exacta proportione dimensus, ac pensitatus. Dies me deficeret, si singulas Meteororum motiones ab invariabili proportione productas recensere vellem O. A. Motus dumtaxat Solares tantisper considéremus: unius anni cursu hic Astrorum Princeps in itinere suo periodum absolvit, sed semper eadem servata ratione accedit, receditque, & pedem quodamodo figere videtur; & modo abiens, tum autem rediens binas in singulis annis reversiones ab extremo contrarias facit, quarum intervallo tum quasi *tristitia quadam contrahit terram, nam frigent, & horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depressæ laborant Sylvæ: tum vicissim lætificat, ut cum Cœlo hilarata videatur;*

nam

nam diffugiunt nives, redeunt gramina campis, & ſua arboribus folia, & nova prorſus lætaque apparet rerum facies. Tum radiorum ſuorum vim una eademque proportione, ac menſura temperatam in elementa exerit, & pene eadem Meteora gignit, eamdem vim communicat graminibus & plantis, atque iis ingenerat fœcunditatem Summa profecto lucis, & proportionis miracula, quæ tamen, quod in vulgi oculos pene quotidie incurrunt, miracula eſſe deſierunt: ſunt tamen eruntque ſemper philoſophantibus recte, ac diligenter veſtigantibus Naturæ opera proportionibus regula dimenſa omnia, in Meteoris præſertim mirabilia; ut a viris doctis cum Platone Deus, proportionis Auctor, æternus Geometra ſit appellandus. Quamquam Plato, ut ut Philoſophorum Princeps habitus ſit ac nominatus, levem quamdam, & ſuboſcuram Geometriæ ſpeciem habuiſſe videtur, ſi cum illa, quam acutiſſime Recentiores modo callent, ejus Geometriæ notitia conferatur. In hac enim litterarum luce, libere quidem, ſed veriſſime dici poteſt non-niſi una novæ Geometriæ, non vulgaris quidem, ſed excellentioris, lingua exponi, explicarique proportiones illas mirabiles, quibus ſapientiſſimo rerum omnium Auctori viſum eſt, (Aſtronomorum loquendi formulis utor) *ut omnium Planetarum, ſeu Primariorum, ſeu Secundariorum circa aliquod commune centrum gyrantium, motus ita attemperentur, ut temporum periodicorum quadrata in eadem ſint ratione cum cubis diſtantiarum eorumdem ab eodem centro.* Cujus Theorematis beneficio a Celeberrimo Keplero inventi, Aſtronomica ſtudia ad ſummum per-

perfectionis evecta ſunt, atque hoc uno præſtantiſſimo præ reliquis diuturnis laborioſiſque Veterum Aſtronomorum obſervationibus ab una proportione ducta in Aſtronomiam incrementa quam-plurima pulcherrima, æque ac utiliſſima Viri Doctiſſimi poſt Keplerum derivarunt. Quæ cum ita ſint, plane efficitur, ut ſit neceſſe, hæc quæ aſpicimus ſive citima nobis, ſive remota Meteora tam varia ſimul, & uniformia, tam harmonice compacta, tanto ordine, tantaque proportione digeſta, omni pulchritudinis charactere eſſe donata. Quare rerum a Deo conditarum Sapiens Admirator Divus Auguſtinus ait. *Quod ſi mens noſtra cœlum, terramque colluſtret ſentiet nihil aliud ſibi placere quam pulchritudinem, & in pulchritudine figuras, & in figuris dimenſiones, & in dimenſionibus numeros.* Quid igitur dubitamus, quin & ſummam jucunditatem, & unà cum jucunditate ſummam utilitatem ex pulchritudinis contemplatione redundantem habitura ſit omnis Diſputatio, quæ de Meteoris ſuſcipiatur? utpote quæ, non ſolum ad earum rerum cognitionem nos ducat, quæ magno in hac mortali vita uſui eſſe poſſunt; verum etiam ad ipſius Summi Conditoris omnium optimam, frugiferamque contemplationem: cum ingenium acuat, tum incendat voluntatem, ut hunc quem cernimus mundum tam late patentem, ſimulachrum eſſe alicujus Immenſi, Æternique Factoris agnoſcamus: ut in Creaturarum varietate ſummam Divini Opificis fœcunditatem admiremur: ut ex conſtanti, atque uniformi rerum, motuum, temporum viciſſitudine ad immutabilem Dei æternitatem mentem referamus: ut ex Cœli, Terræque harmonia,

atque ordine cum proportione conjuncto ad Divinam Dei Sapientiam, *quæ fortiter ſuaviterque diſponit omnia*, gradatim aſſurgamus.

Hoc animi propoſito naviter contendamus; ego, qualiſcumque ſim, nuſpiam deero vobis, Juvenes Studioſiſſimi, nuſpiam conatu, nuſpiam voluntate juvandi ſtudia veſtra. Quamvis enim nihil fortaſſe dicam ego reconditum, nihilque expectatione veſtra dignum; tamen non-niſi explorate verum, aut veriſimillimum, utile ſemper certe dicam, & ad Profeſſionem noſtram omnino accomodatum. Scio multis illum indigere Præſidiis, qui pro Dignitate Meteorologiam petractare velit, a quibus ſentio me, fateorque ingenue non omnino eſſe paratum. Verum cum ea in me non ſint, quæ maxime eſſe vellem ſatisfacturus mihi videor, ſi id agam, quod facere debet acer inveſtigator harum rerum, quæ a Natura involuta videntur, ut nimirum inſtituta per rectam Methodum analyſi, Meteororum pulchritudinem inquiram primum, tum ejuſdem cauſas inveſtigem, poſtremo vobiſcum ea qua potero perſpicuitate Meteororum doctrinam communicem. Ubi manifeſta ratio non ſuppetet (difficillimum enim eſt in omni conquiſitione; Meteororum præſertim, rationis exordium invenire) probabili conjectura conabor aſſequi quantum potero. Atque tunc contenti eſſe debetis, ſi probabilia afferantur, quæ ſi afferantur, nihil ultra requiratis: non enim affirmate confidenterque incerta pro certis venditare auſim quorumdam in morem, qui nihil tam metuunt, quam ne dubitare aliqua de re videantur.

Habetis inſtituti noſtri rationem, & ſummam, Adoleſcentes Optimi: habetis pulcherrimam Meteo-

rologicæ conſiderationi ſubjectam materiam: habetis meum ad perficienda non illiberalia ſtudia veſtra propoſitum, & voluntatem, qua vobis ſpondeo diligentiam omnem, curam, aſſiduitatem, laboremque omnem, ut Diſciplinam hanc pulcherrimam haud exiguo cum fructu percolatis. Quam quidem voluntatem meam acrius excitabit in dies, augebitque vehementius humanitas veſtra, PATAVINI CIVES, quorum erga me mirificus ac ſingularis amor non uno ſpecimine eluxit hactenus, cum fuerim apud vos multum, diuque verſatus. In optimam vero ſpem conatus hoſce meos erigit benignitas etiam tua Illuſtriſſime, & Excellentiſſime MODERATOR, cujus Auſpicio, Præſidioque munitus induco in animum fauſta mihi omnia polliceri. Humanitas etiam confirmat tua Illuſtriſſime, & Generoſiſſime PROSYNDECE, qui mihi ades voluntate propitia, & Dignitate tua excellenter exornas initia mea. Mirifice etiam provehit incredibilis veſtra bonitas Illuſtriſſimi, Celeberrimique PROFESSORES, quorum uſque modo præſentia me dicentem ſuſtinuit, ac recreavit; ut non dubitem laborum meorum Fautores eſſe futuros, qui prima ſtudiorum meorum initia tanquam Præcetores, atque amantiſſimi Patres aluiſtis; & quemadmodum ego quidquid in hiſce litteris valeo, vobis acceptum referre debeo; ita & vos ſiquid laude dignum a me proficiſcatur, ut fructum vobis debitum excipietis: ſiccubi vero minus ſuffecero, id facile condonabitis, tum propter ſummam rerum tractandarum copiam, gravitatem, difficultatemque, tum propter hanc ætatem, quæ prope magis polliceri, molirique, quam præſtare poſſe videatur.

Appendix ad Diſsertationem de Meteoro Ignito.

IIs, quæ in Diſſertatione de *Meteoro Ignito* dicta ſunt, addere libet. Ignes illi æſtate Anni MDCCXXIV. calida & ſicca non apparuere. Autumno verò per agros illos minore quadam copia, ut aliqui tradunt, pervagati ſunt; nullo tamen uſpiam damno illato. Mox Decembri extremo aliquantiſper ninxit: ſed ſtatim vi ventorum Auſtralium liquatis nivibus Ignes rurſus in Agro *Gotici* rediere, duoque palearia concremarunt: inde reſtinxere eos nives, quæ XIII. Kal. Februar. Anni MDCCXXV. cecidere.

FINIS.

INDEX.

I. DE *Meteoro Ignito, quod in Agro Tarvisino apparuit*. Dissertatio Meteorologica. *Pag.* 1.

II. *De Vi Vaporum in Hygrometris*. Dissertatio Geometrico-Mechanica. *Pag.* 21.

III. *Demonstrationes Theorematum ad Quaduraturas spectantium*. Dissertatio Analytica. *Pag.* 37.

Quibus accedit Prolusio habita in Gymnasio Patavino, cum primum Astronomiam, & Meteorologiam publice profitenda aggrederetur. *Pag.* 58.

Errores typographici ita emendentur.

Pag. 2. lin. 23. Ariſtotilem leg. Ariſtotelem

Pag. 39. lin. 5. $e^{\overline{\int^{K-p-\frac{1}{q}} dz}}$ leg. $e^{-\overline{\int^{K-p-\frac{1}{q}} dz}}$

Pag. 41. lin. 16. $x^{-\frac{1}{q}-1-\frac{m}{q}}$ leg. $n-\frac{1}{q}-1-\frac{m}{q}$

Pag. 47. lin. 11. fx leg. fx^q

lin. 17. pro e leg. per e

lin. 18. $q \quad l$ leg. $q+l$

Pag. 48. lin. 17. Tom. I. leg. Tom. II.

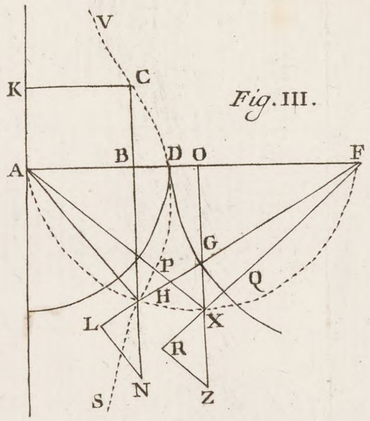


Fig. III.

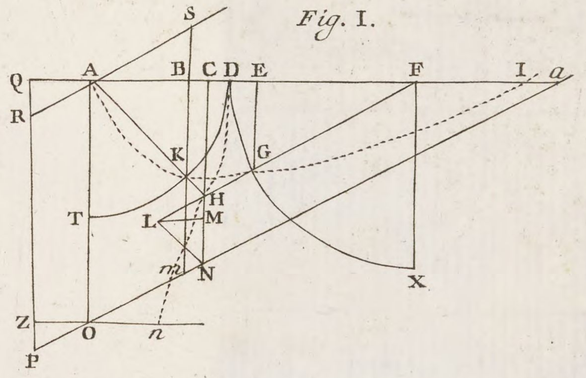


Fig. I.

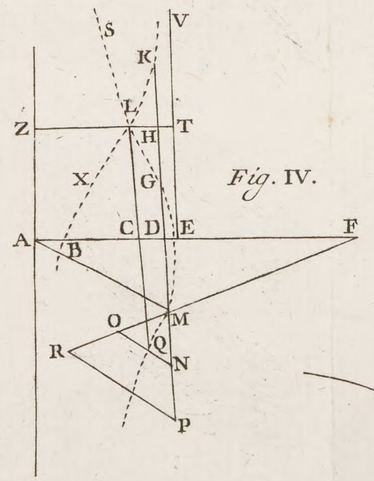


Fig. IV.

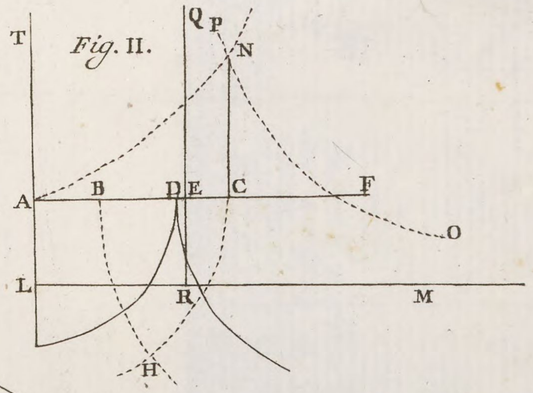


Fig. II.

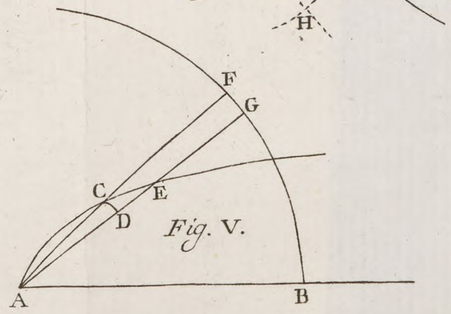


Fig. V.

NOI REFORMATORI
dello Studio di Padoa.

HAvendo veduto per la Fede di reviſione, & approbatione del P. F. Tommaſo Maria Gennari Inquiſitore, nel Libro Intitolato: *Ludovici a Ripa Aſtronomiæ, & Meteorologiæ in Gymnaſio Patavino Profeſſoris Miſcellanea*, non v' eſſer cos' alcuna contro la Santa Fede Cattolica; & parimente per Atteſtato del Secretario Noſtro, niente contro Prencipi, e buoni coſtumi; concedemo Licenza a Domenico Loviſa Stampatore, che poſſi eſſer Stampato, oſſervando gli ordini in materia di Stampe, & preſentando le ſolite Copie alle Publiche Librarie di Venezia, & di Padoa.

Dat. 17. Marzo 1725.

(Gio: Franceſco Moroſini Kav. Ref.

(Andrea Soranzo Proc. Ref.

(Pietro Grimani Kav. Proc. Ref.

Agoſtino Gadaldini Secr.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

NON RIFLESSIONI
dello Studio di Padova.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Ripa, Ludovicus a

Miscellanea

Venetiae 1725
4 Phys.g. 144
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10057889-4